超入門　対称座標法

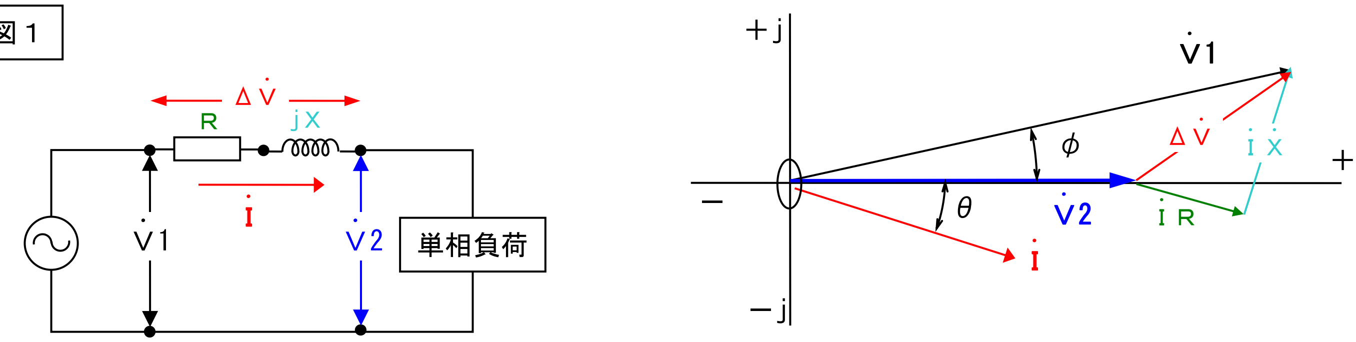
皆様　こん〇〇は
今回の御題は「対称座標法」です。この解析手法を解説したものは沢山有りますが、「**ヨクワカラン！**」というものが多いと思います。そこで毎度の事ですが「**骨流トンデモ解説擬き**」を作りました。この記載が何かの参考になる事を期待します。

サイタマ・ドズニーランド・大学 SDU　学長　鹿の骨　記
平成　鹿年　骨月　吉日
一説に依ると SDU はさいたまドスケベ大学ではないか？と言う話が有るが、あながち間違いでは無い。

早速ですが下図をご覧下さい。

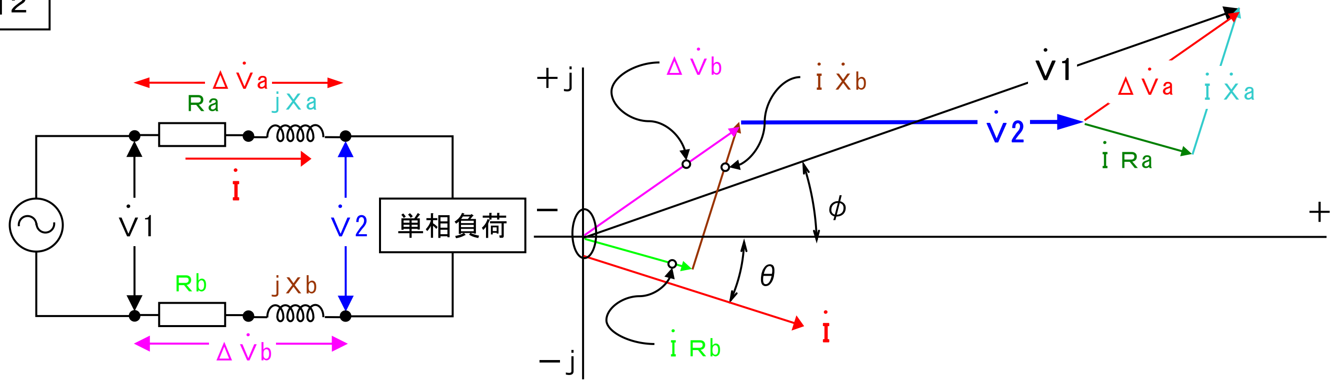
普通にある回路図とベクトル図です。この回路図とベクトル図は電圧降下の説明などに良く使用されます。

図１



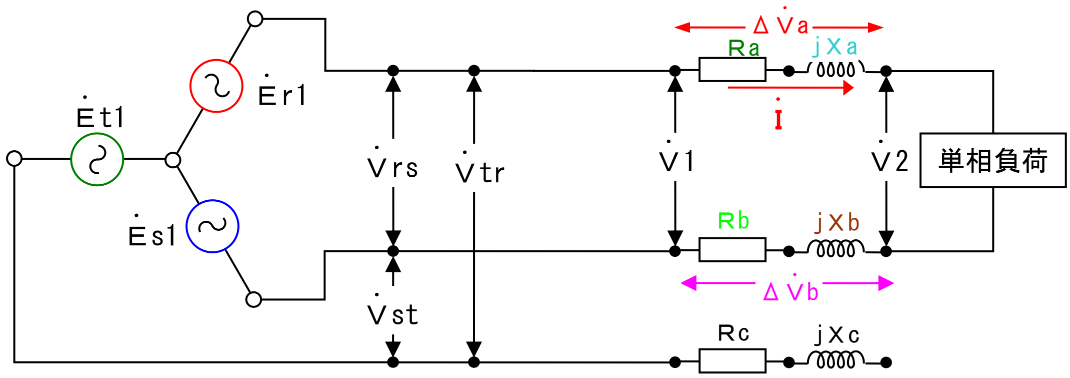
実際は単相２線の場合は往路と復路にインピーダンスが有りますから図１は不自然です。
そこで不自然じゃ無い様にしたものが図２です。
線路インピーダンスを往路と復路の両方を見たベクトル図です。$\Delta\dot{V}a \equiv \Delta\dot{V}b$ です。

図２



単相回路と言っても元々は三相だから、この回路を三相電圧電源の片相に繋ぐと下図になります。

図３



この回路のベクトル図を次ページに示します。

図４　　図３のベクトル図です。

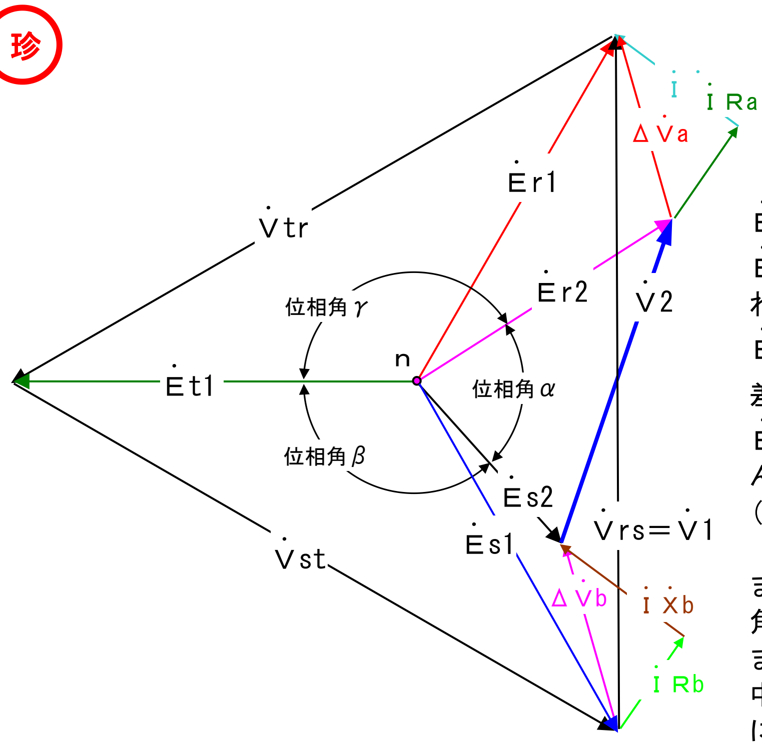
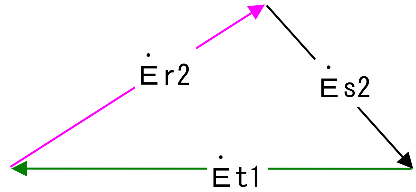


図５

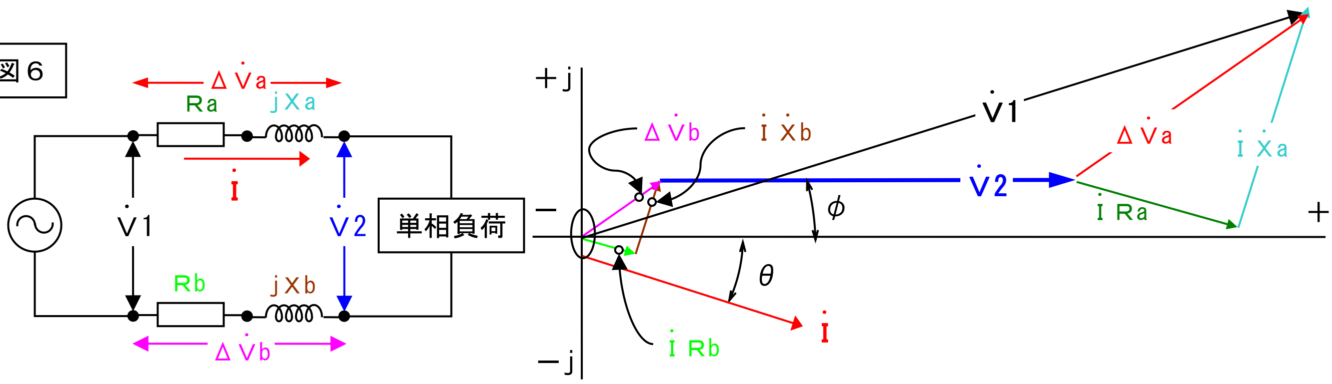


Ėr2及びĖs2は負荷側での相電圧です。
Ėt1は無負荷ですから送電端側も負荷端側も変わりません。
Ėr1～Ės1、Ės1～Ėt1、Ėt1～Ėr1間の位相差は当然各々120度ですが、Ėr2～Ės2、Ės2～Ėt1、Ėt1～Ėr2間の位相差は120度になりません。
（図4では位相角α≠位相角β≠位相角γです。）

また、図５に示した様に３つの電圧は閉じた三角形になりますから、残留電圧などの電圧は出ません。
中性点のｎ点は送電端及び受電端とも同じ位置に有ります。
つまり中性点の移動はありません。

このベクトル図はあまり見かけないものだと思います。この図の要の部分は往路の線路インピーダンスと復路の線路インピーダンスが同じだという事です。よほどの事が無い限り普通はこうなります。
また図５で電圧ベクトル三角形が閉じると書いていますが、どうしてこうなるかは下記で証明できます。
Ėr2＋Ės2＋Ėt1を計算します。
Ėr2＋△V̇a＝Ėr1だからĖr2＝Ėr1－△V̇a　　また、Ės2＝Ės1＋△V̇bなのでこの二式を代入すると
Ėr2＋Ės2＋Ėt1＝Ėr1－△V̇a＋Ės1＋△V̇b＋Ėt1
△V̇a＝△V̇bなので上記の式は＝Ėr1－~~△V̇a~~＋Ės1＋~~△V̇b~~＋Ėt1＝Ėr1＋Ės1＋Ėt1＝０となり閉じる事が証明されます。
次は△V̇a≠△V̇bの場合です。
下図は図２と同様に線路インピーダンスを往路と復路の両方を見たベクトル図です。
ただし△V̇a≠△V̇b です。

図６



往路のインピーダンスが復路のインピーダンスより小さい場合を書いています。
一般的にこの様に極端に不揃いになる事は無いのですが、なったらという事で書きました。
この場合の三相ベクトル図を次ページに示します。

三相に展開したベクトル図です。

図７

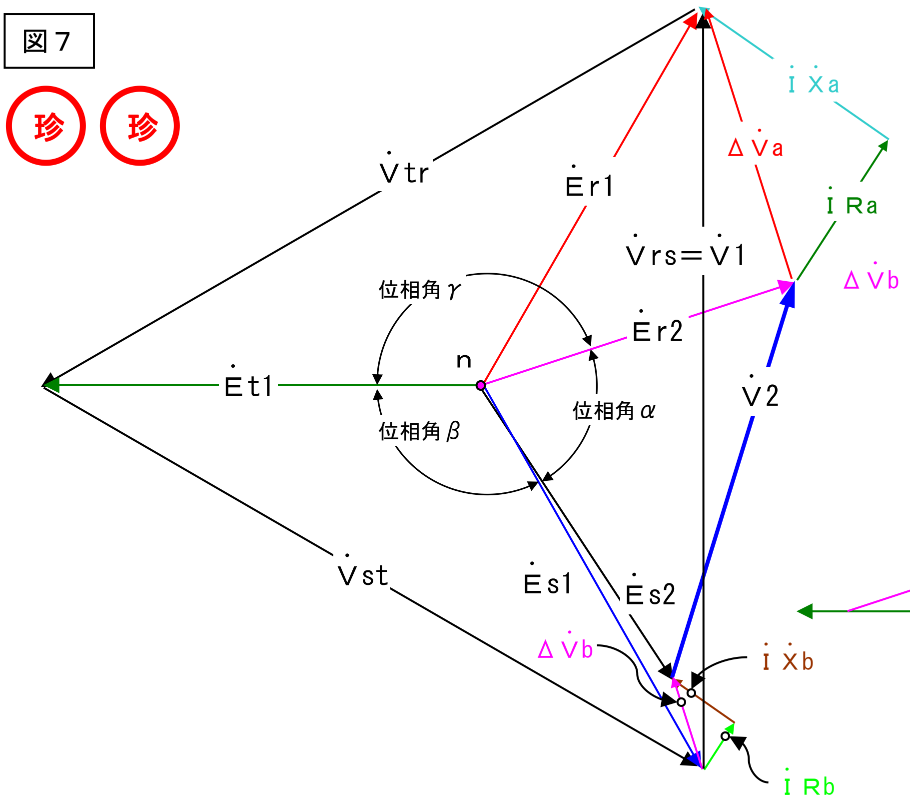


図８

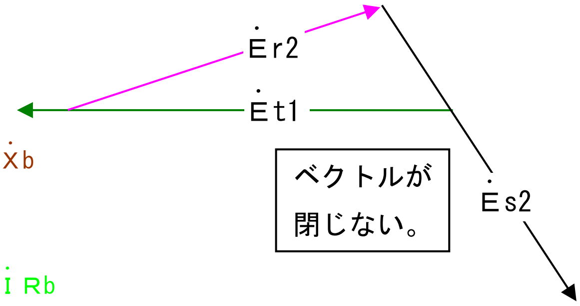
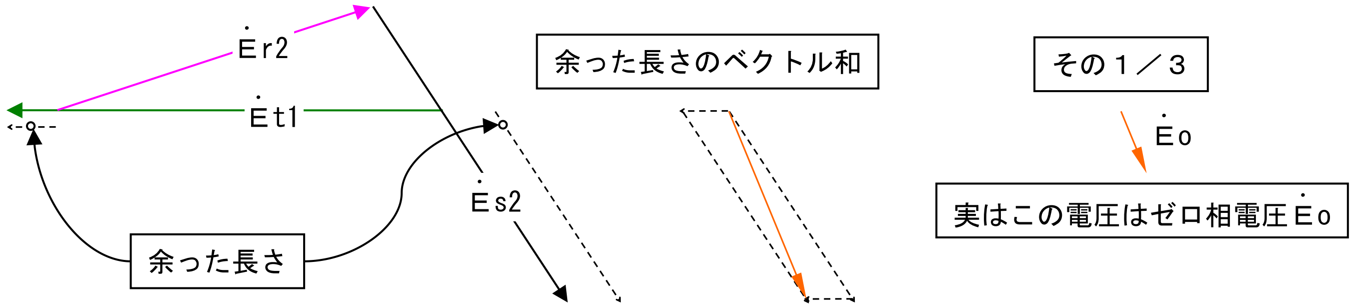


図８は負荷端電圧ベクトルの相電圧を重ねたものです。
見れば解るとおりこの三角形は閉じていません。
どうやら図７は間違っているようです。
送電端側の中性点ｎと負荷端側の中性点ｎが同じとしている所が間違っています。
負荷端側の中性点はｎ点では無いようです。
これをこんな感じで説明を書きます。
図８を変形します。

図９



いきなり【対称座標法】の用語のゼロ相電圧が出てきました。
此処ではこの単語に余り惑わされない様にして下さい。
兎に角、余った電圧のベクトル和の１/３のベクトルを作って見たと言う感じで結構です。

鹿の骨印

図９で作った【その１／３】を使って図７を変形すると下図が書けます。

図１０

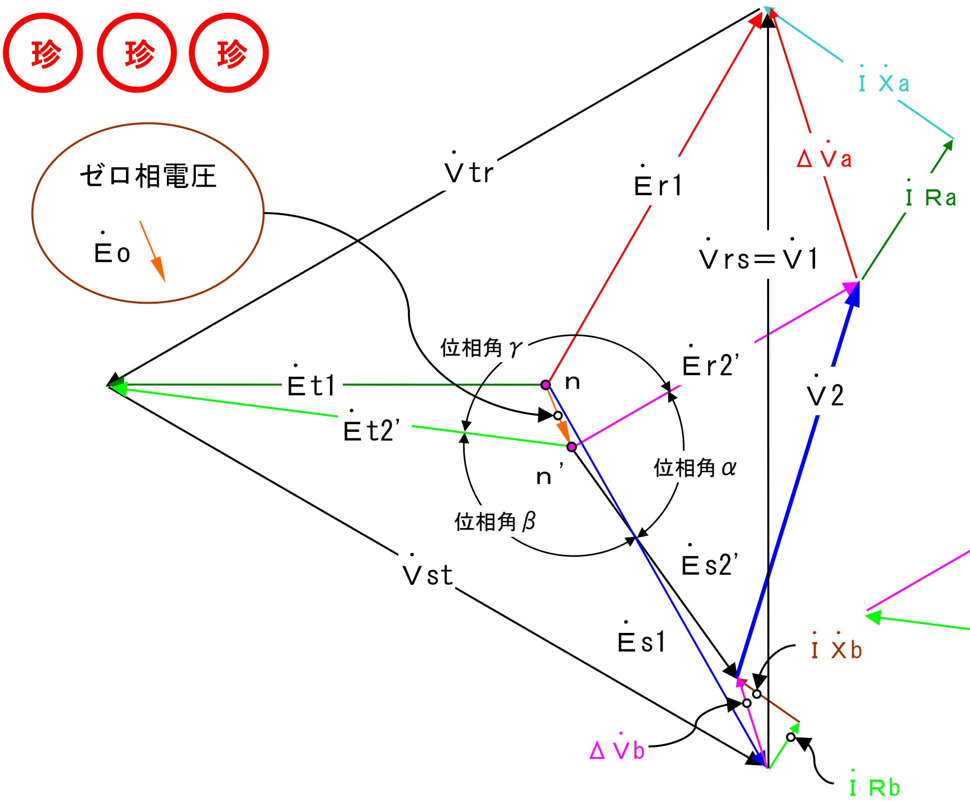


図１１

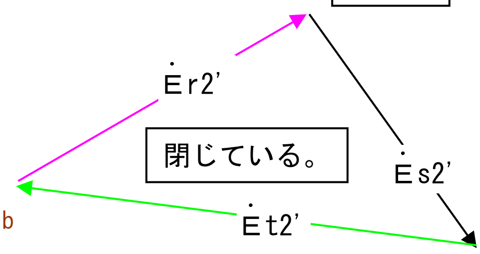


図１１は負荷端電圧ベクトルの相電圧を重ねたものです。
見れば解るとおりこの三角形は閉じています。
図７と図１０を比較すると、図１０は負荷端の中性点がｎ'の位置に動いています。
（【その１/３】の長さだけ動きます。）
この移動した距離、ｎ～ｎ'間の電圧を【対称座標法のゼロ相電圧】と言います。

一般的にゼロ相電圧は地絡を伴って出現すると思われていますが、この様に配電線の回路定数の不平衡と負荷の不平衡に依っても起きる事が解ります。
此処でもう少し対称座標法の勉強をしてみましょう。

図１１を変形します。図１２とします。

図１１

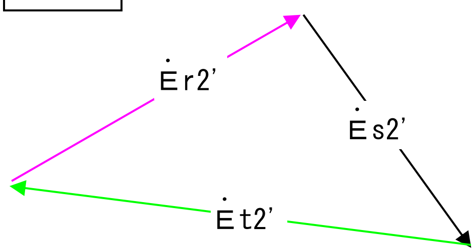


図１２

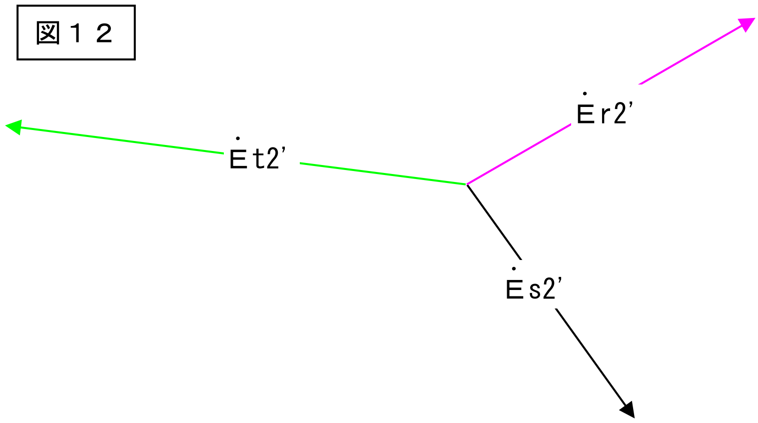


図１２を下記の様に変形します。
$\dot{E}$r2' はそのまま。
$\dot{E}$s2' は反時計回りに 120 度回せ。$\dot{E}$s2'' とする。
$\dot{E}$t2' は時計回りに 120 度（＝反時計回りに 240 度）回せ。$\dot{E}$t2'' とする。
結果を次ページに示します。

図１３

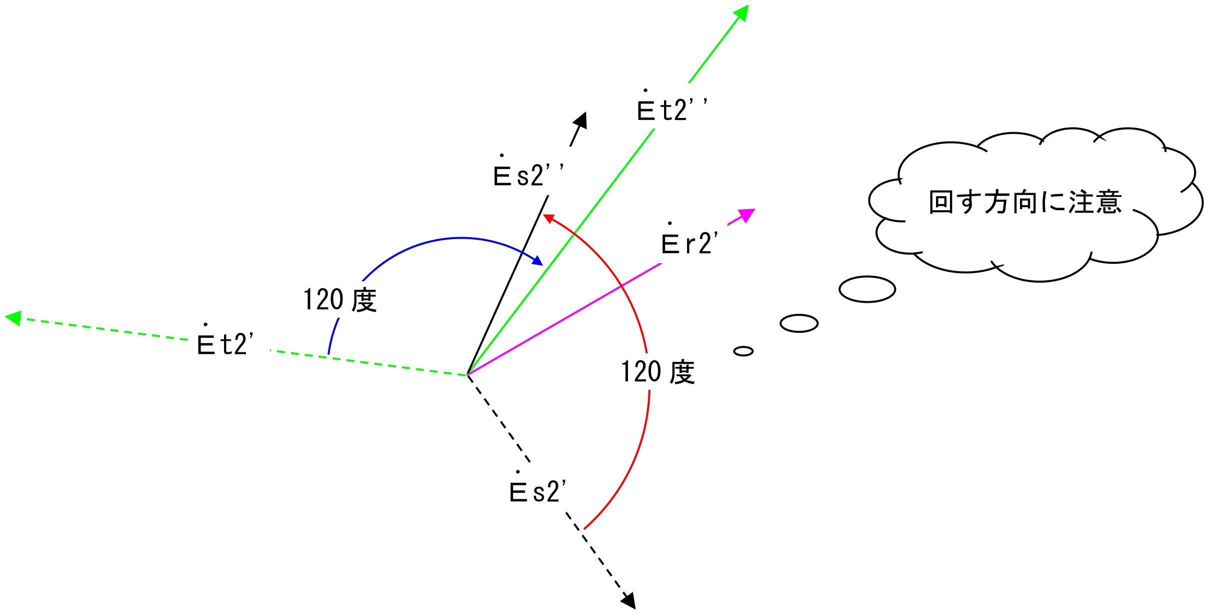


図１３を下記の様に変形します。
単純に３つのベクトルを足し算しろ。　→　図１４

その１/３を作れ。
その１/３と
それを 120 度回したもの
及び 240 度回したものを作れ。　→　図１５

図１４

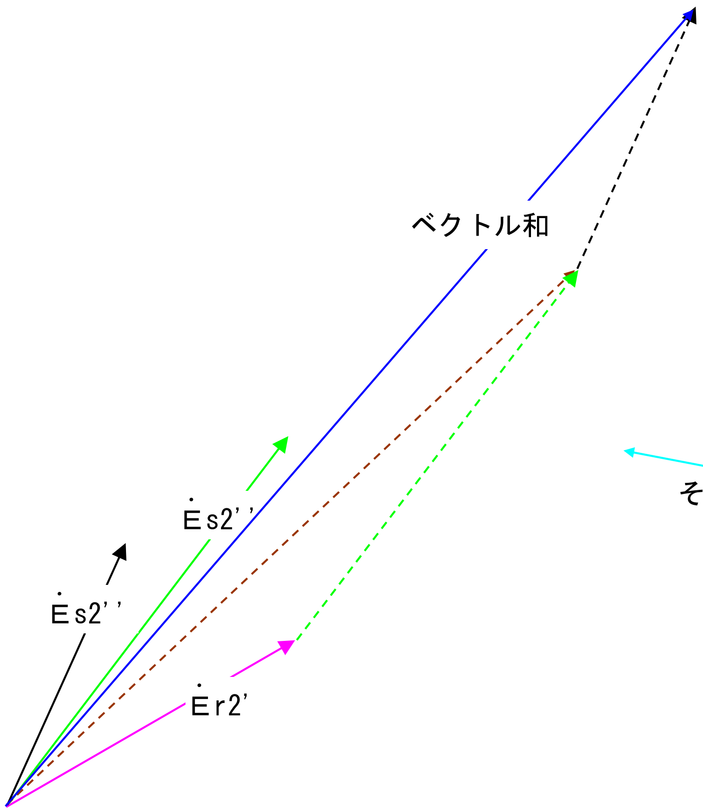
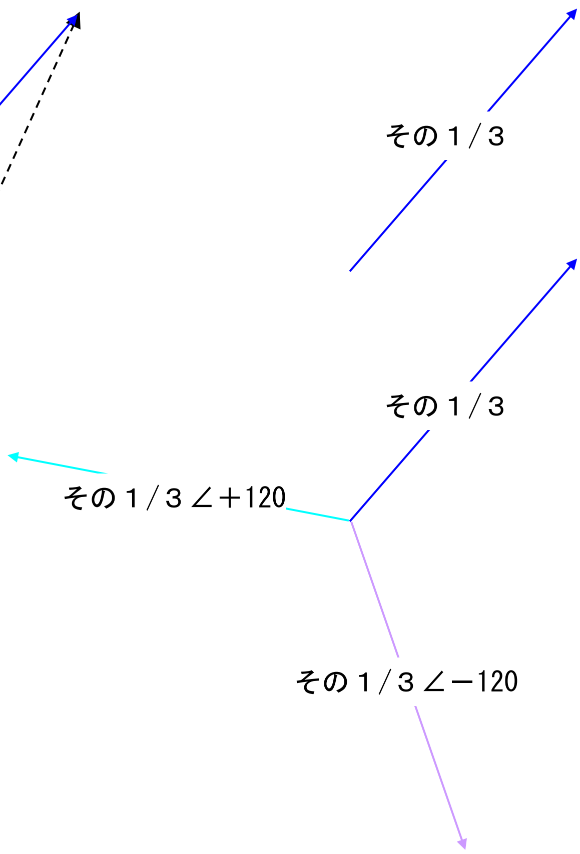


図１５



今度は図１２を下記の様に変形します。
$\dot{E}r2'$はそのまま。
$\dot{E}s2'$は時計回りに 120 度回せ。$\dot{E}s2'''$とする。
$\dot{E}t2'$は反時計回りに 120 度（＝時計回りに 240 度）回せ。$\dot{E}t2'''$とする。
結果は下記になります。
図１３の場合と回す方向が違います。

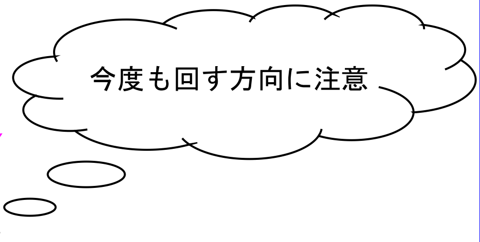


図１６

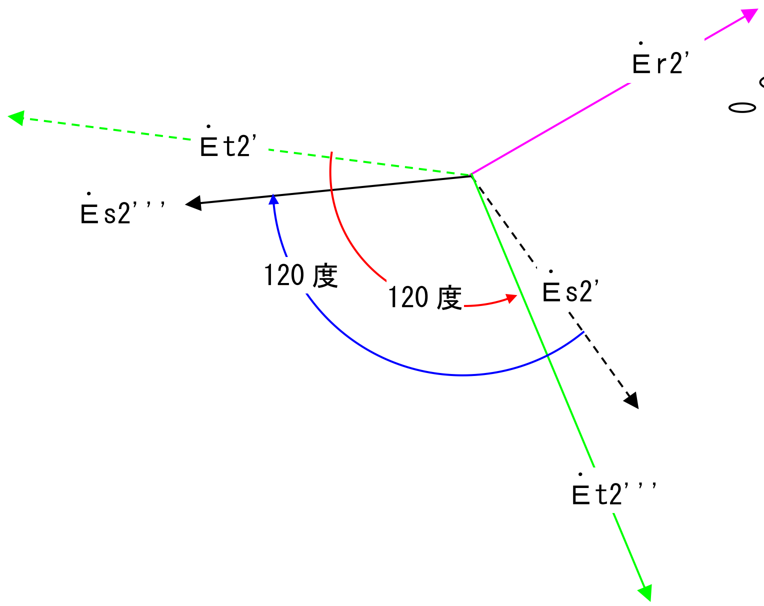


図１６を下記の様に変形します。
単純に３つのベクトルを足し算しろ。　→　図１７

その１／３を作れ。
その１／３と
それを 120 度回したもの
及び 240 度回したものを作れ。　→　図１８

図１７

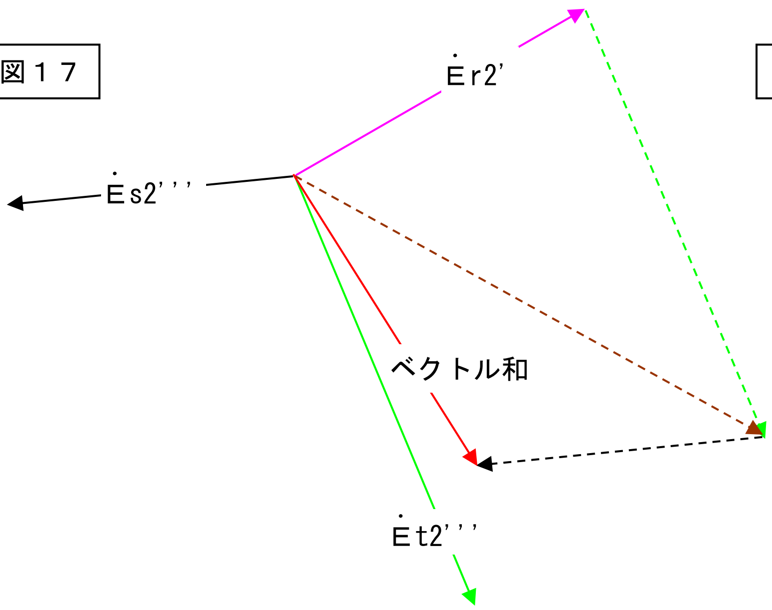
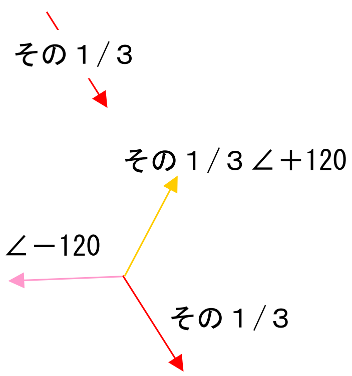


図１８



今度は図１５と図１８を持ってきて下記の様に変形します。

図１５

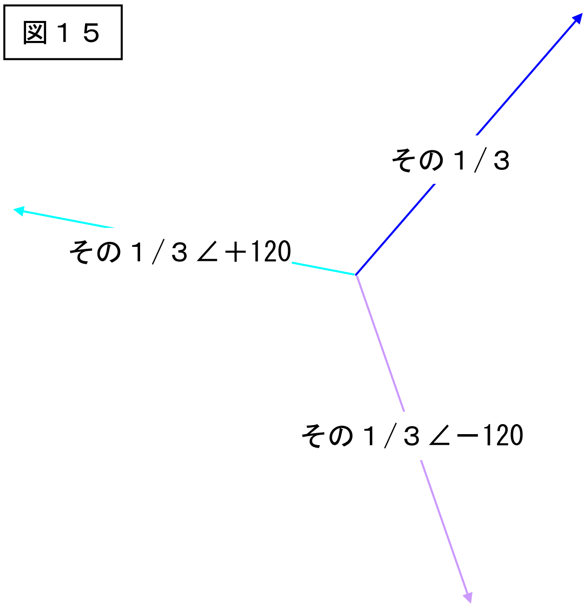


図１８

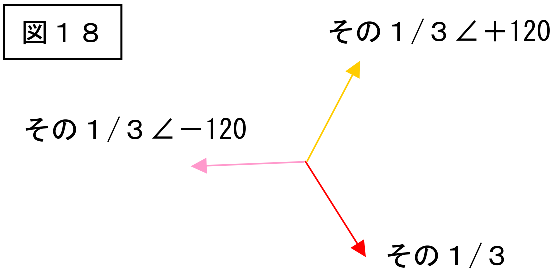
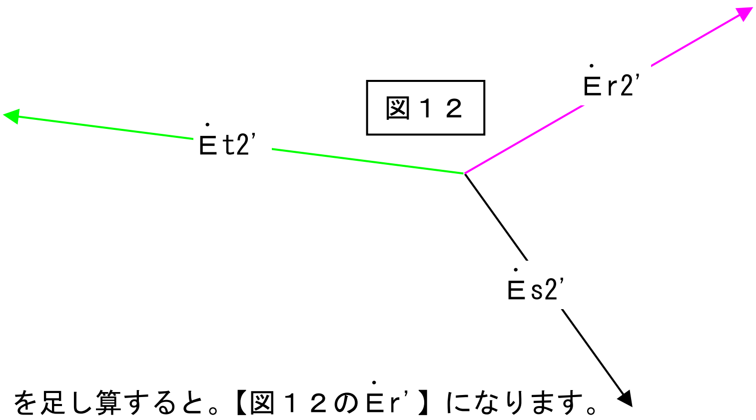
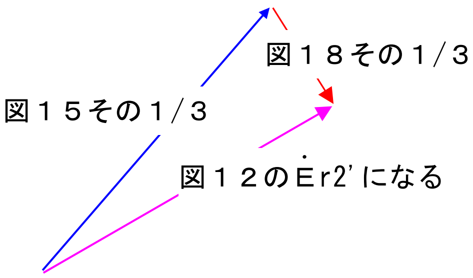


図１２



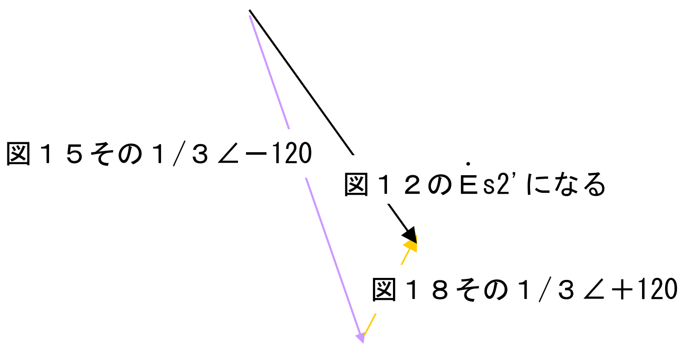
【図１５のその１/３】と【図１８のその１/３】を足し算すると。【図１２のĖ r’】になります。

図１９



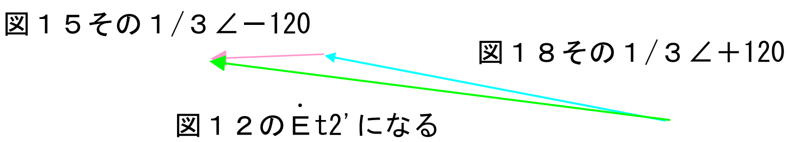
【図１５のその１/３∠ー120】と【図１８のその１/３∠＋120】を足し算すると。【図１２のĖ s’】になります。
（足し算するベクトルを間違えない様にして下さい。）

図２０



【図１５のその１/３∠＋120】と【図１８のその１/３∠ー120】を足し算すると。【図１２のĖ t’】になります。

図２１



整理して関係式で示すと下図になります。

図２２

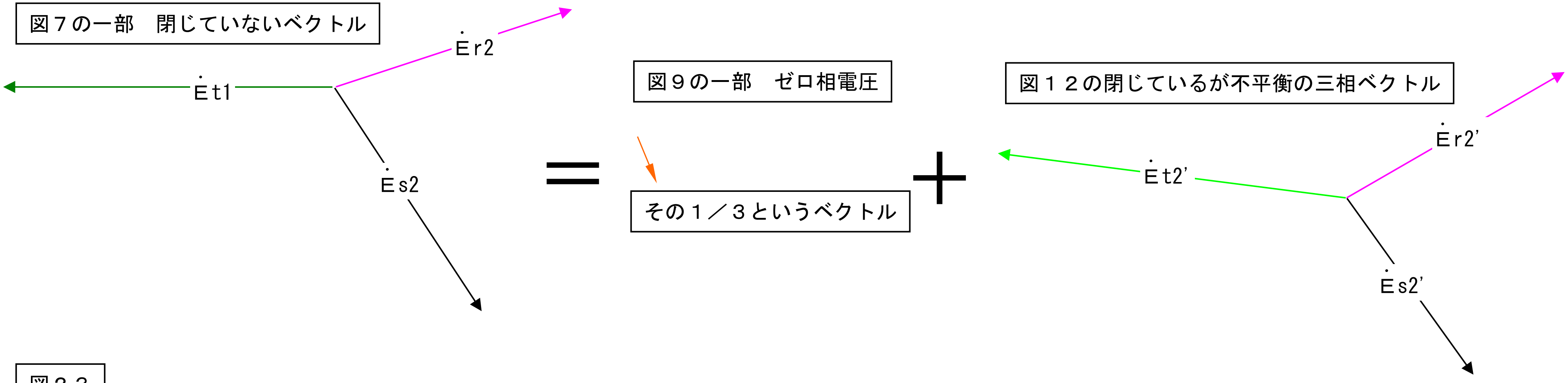
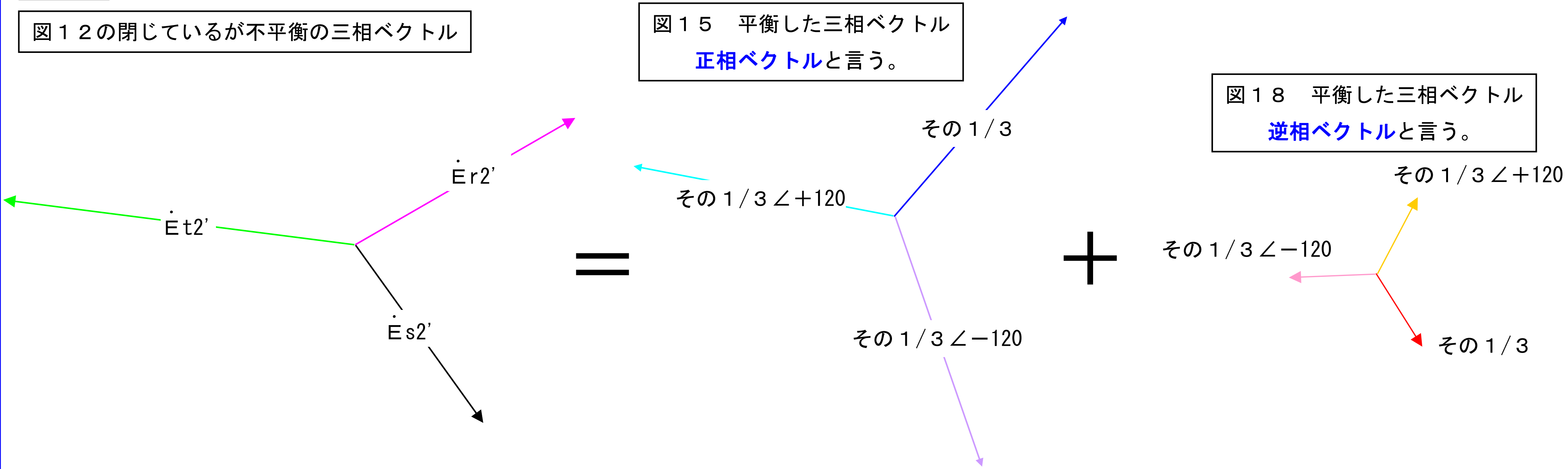


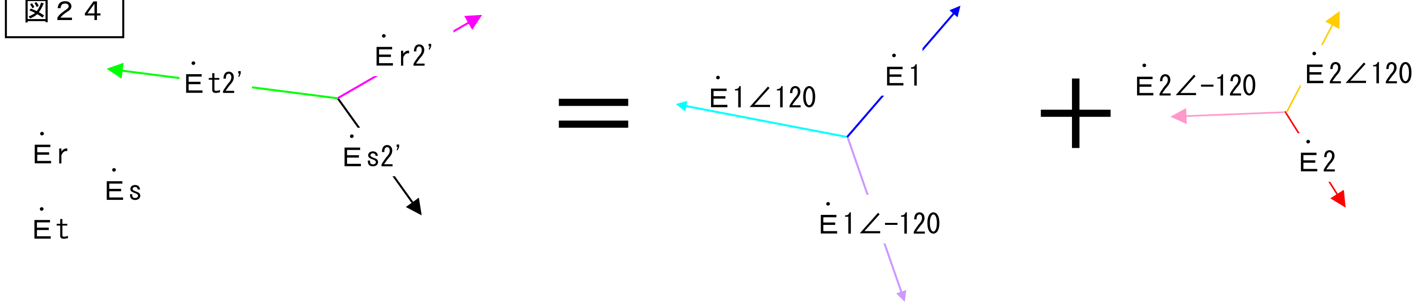
図２３



この様にバラバラな三相ベクトルは単相ベクトル＋正回転の平衡三相ベクトル＋逆回転の平衡三相ベクトルに分解することが出来ます。
これが対称座標法の原理です。

何故この様な事になるのか証明して見ましょう。

図２４



<＝＝逆相ベクトルは見やすい様に
実際より大きく書いて有る。
（サイズは２倍）

閉じているが不平衡の三相ベクトル　　正相三相電圧ベクトル　　逆相三相電圧ベクトル

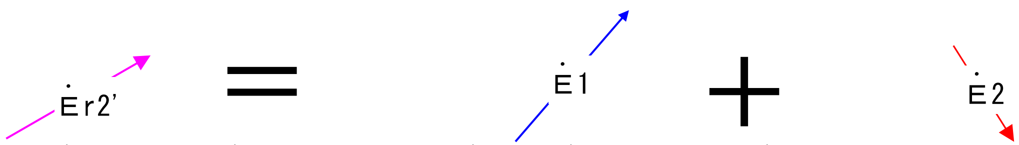
図２４に示すベクトルは【**閉じている**が平衡していない三相電圧ベクトル】です。

この時、正相電圧ベクトル$\dot{E}1$ 及び逆相電圧ベクトル$\dot{E}2$ の定義は下記になります。

$\dot{E}1=(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle{+120}+\dot{E}t2'\angle{-120})/3$　<＝＝正相電圧ベクトルの定義

$\dot{E}2=(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle{-120}+\dot{E}t2'\angle{+120})/3$　<＝＝逆相電圧ベクトルの定義

図２５



を証明します。

$$\dot{E}1+\dot{E}2=(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle 120+\dot{E}t2'\angle{-120})/3+(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle{-120}+\dot{E}t2'\angle 120)/3$$

$$=2\dot{E}r2'/3+\dot{E}s2'(1\angle 120+1\angle{-120})/3+\dot{E}t2'(1\angle{-120}+1\angle{+120})/3$$

$$=2\dot{E}r2'/3+\dot{E}s2'(-0.5+j\sqrt{3}/2-0.5-j\sqrt{3}/2)/3+\dot{E}t2'(-0.5-j\sqrt{3}/2-0.5+j\sqrt{3}/2)/3$$

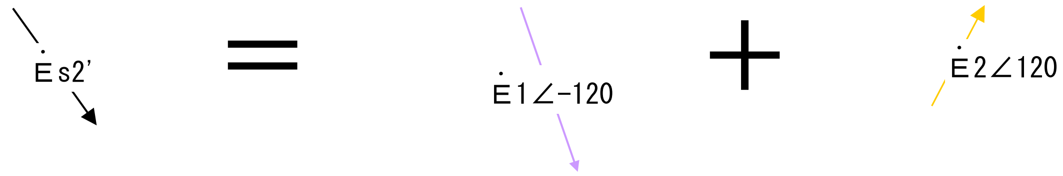
$$=2\dot{E}r2'/3-\dot{E}s2'/3-\dot{E}t2'/3$$

$$=2\dot{E}r2'/3-(\dot{E}s2'+\dot{E}t2')/3$$ ←　$\dot{E}r2'+\dot{E}s2'+\dot{E}t2'=0$ なので $\dot{E}r2'=-(\dot{E}s2'+\dot{E}t2')$

$$=2\dot{E}r2'/3+\dot{E}r2'/3$$

$$=\dot{E}r2'$$

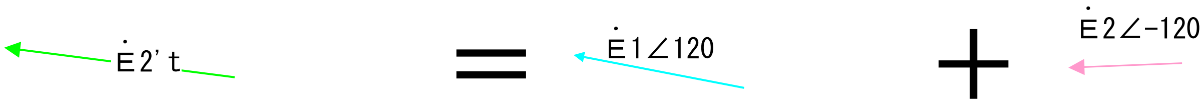
図２６



を証明します。

$$
\begin{aligned}
\dot{E}1\angle{-120}+\dot{E}2\angle{+120} &= \{(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle 120+\dot{E}t2'\angle{-120})/3\}\angle{-120}+\{(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle{-120}+\dot{E}t2'\angle 120)/3\}\angle{+120} \\
&= \dot{E}r2'(1\angle{-120}+1\angle 120)/3+\dot{E}s2'(1\angle 120-120+1\angle{-120}+120)/3+\dot{E}t2'(1\angle{-120}-120+1\angle 120+120)/3 \\
&= \dot{E}r2'(-0.5-j\sqrt{3}/2-0.5+j\sqrt{3}/2)/3+2\dot{E}s2'/3+\dot{E}t2'(-0.5+j\sqrt{3}/2-0.5-j\sqrt{3}/2)/3 \\
&= -\dot{E}r2'/3+2\dot{E}s2'/3-\dot{E}t2'/3 \\
&= 2\dot{E}s2'/3-(\dot{E}r2'+\dot{E}t2')/3 \quad \leftarrow \quad \dot{E}r2'+\dot{E}s2'+\dot{E}t2'=0 \text{ なので } \dot{E}s2'=-(\dot{E}r2'+\dot{E}t2') \\
&= 2\dot{E}s2'/3+\dot{E}s2'/3 \\
&= \dot{E}s2'
\end{aligned}
$$

図２７

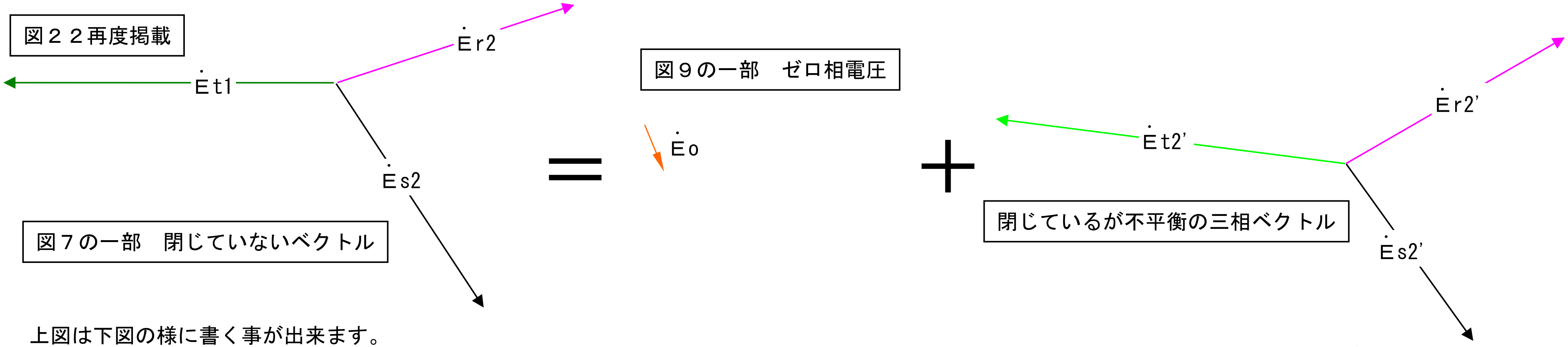


を証明します。

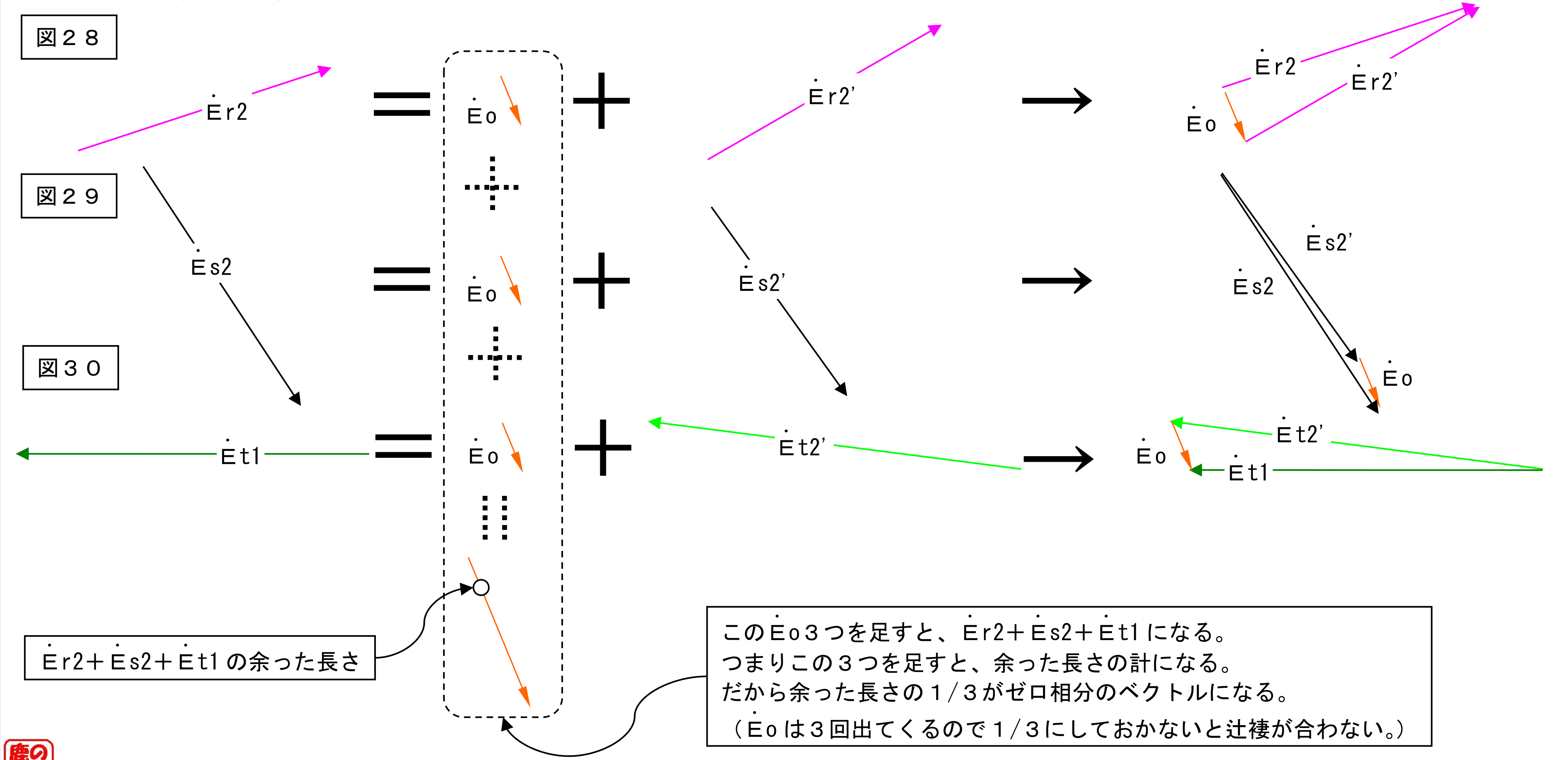
$$
\begin{aligned}
\dot{E}1\angle{+120}+\dot{E}2\angle{-120} &= \{(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle 120+\dot{E}t2'\angle{-120})/3\}\angle{+120}+\{(\dot{E}r2'+\dot{E}s2'\angle{-120}+\dot{E}t2'\angle 120)/3\}\angle{-120} \\
&= \dot{E}r2'(1\angle{+120}+1\angle{-120})/3+\dot{E}s2'(1\angle 120+120+1\angle{-120}-120)/3+\dot{E}t2'(1\angle{-120}+120+1\angle 120-120)/3 \\
&= \dot{E}r2'(-0.5+j\sqrt{3}/2-0.5-j\sqrt{3}/2)/3+\dot{E}s2'(-0.5-j\sqrt{3}/2-0.5+j\sqrt{3}/2)/3+2\dot{E}t2'/3 \\
&= -\dot{E}r2'/3-\dot{E}s2'/3+2\dot{E}t2'/3 \\
&= 2\dot{E}t2'/3-(\dot{E}r2'+\dot{E}s2')/3 \quad \leftarrow \quad \dot{E}r2'+\dot{E}s2'+\dot{E}t2'=0 \text{ なので } \dot{E}t2'=-(\dot{E}r2'+\dot{E}s2') \\
&= 2\dot{E}t2'/3+\dot{E}t2'/3 \\
&= \dot{E}t2'
\end{aligned}
$$

と言う結果が得られますので無事証明されました。
次は【閉じていない三相電圧ベクトル】の場合です。
【閉じていない三相電圧ベクトル】＝【ゼロ相電圧ベクトル】＋【閉じているが平衡していない三相電圧ベクトル】
となる事の証明です。

鹿の骨印



上図は下図の様に書く事が出来ます。



このĖ o ３つを足すと、Ė r2＋Ė s2＋Ė t1 になる。
つまりこの３つを足すと、余った長さの計になる。
だから余った長さの１/３がゼロ相分のベクトルになる。
（Ė o は３回出てくるので１/３にしておかないと辻褄が合わない。）

図２２再度掲載

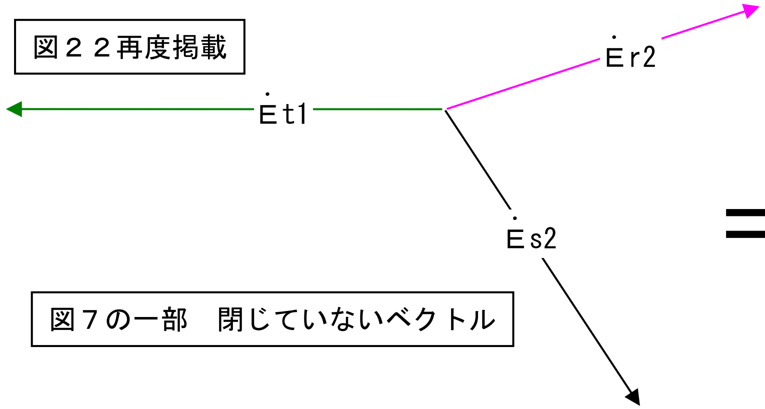
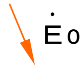


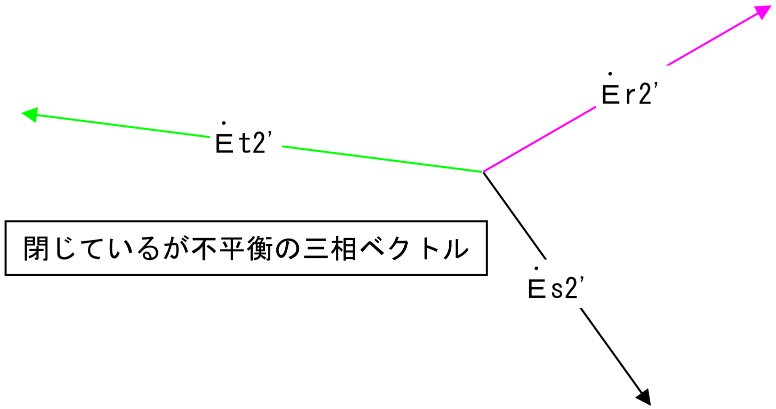
図７の一部　閉じていないベクトル

＝

図９の一部　ゼロ相電圧



＋



閉じているが不平衡の三相ベクトル

上図は下図の様に書く事が出来ます。

鹿の骨印