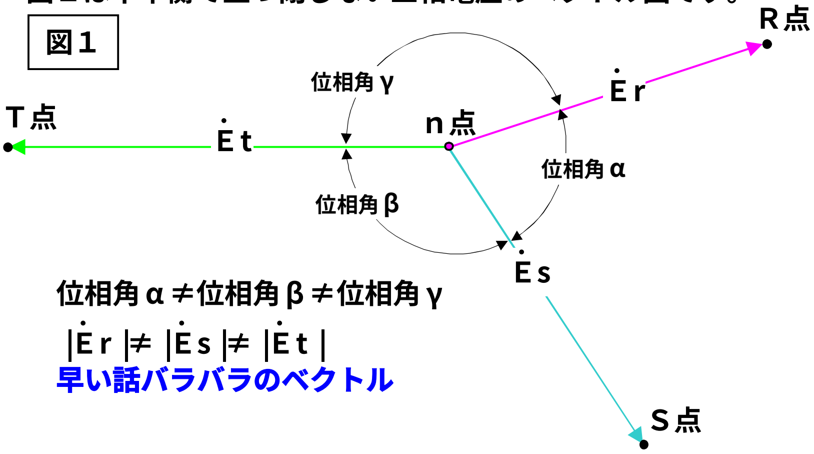
超入門　対称座標法

皆様　こん○○は
今回の御題は「対称座標法」です。この解析手法を解説したものは沢山有りますが、「**ヨクワカラン！**」というものが多いと思います。そこで毎度の事ですが「**骨流トンデモ解説擬き**」を作りました。この記載が何かの参考になる事を期待します。

サイタマ・ドズニーランド・大学 SDU　学長　鹿の骨　記
平成　鹿年　骨月　吉日
一説に依ると SDU はさいたまドスケベ大学ではないか？と言う話が有るが、あながち間違いでは無い。

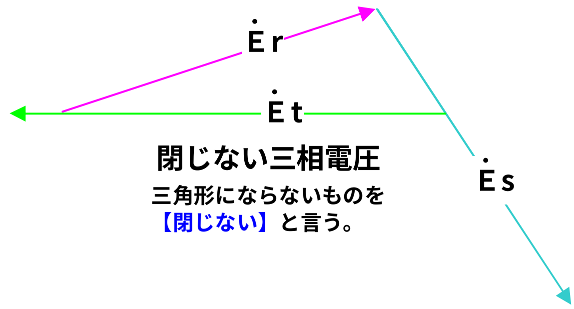
早速ですが下図をご覧下さい。
図１は不平衡で且つ閉じない三相電圧のベクトル図です。

図１



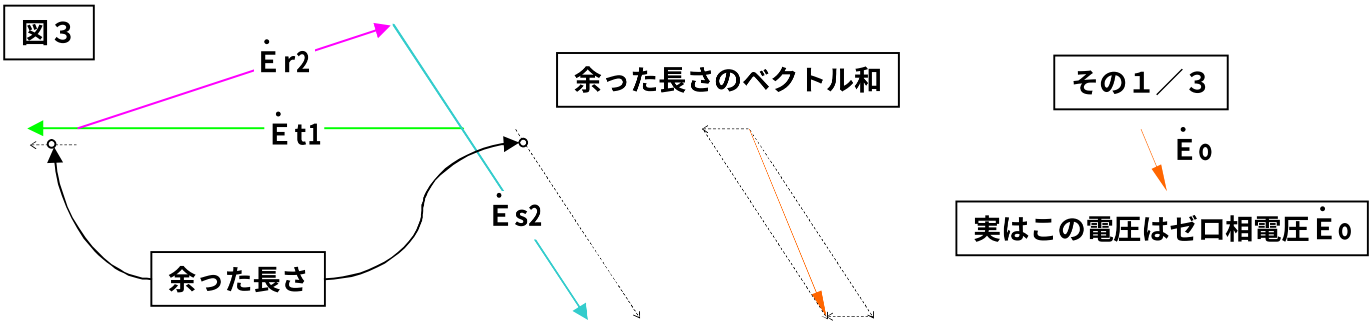
位相角α≠位相角β≠位相角γ
|Ėr|≠|Ės|≠|Ėt|
早い話バラバラのベクトル

図２



n点は中性点のつもりで書いていますが、図２を見ると解るとおり、この三相電圧は閉じていません。
つまりn点は中性点ではありません。中性点を探してみましょう。
まず図３の様に余った長さのベクトル和の１/３を作ります。

図３



その１/３を使って図１を変形すると下図が書けます。

図４

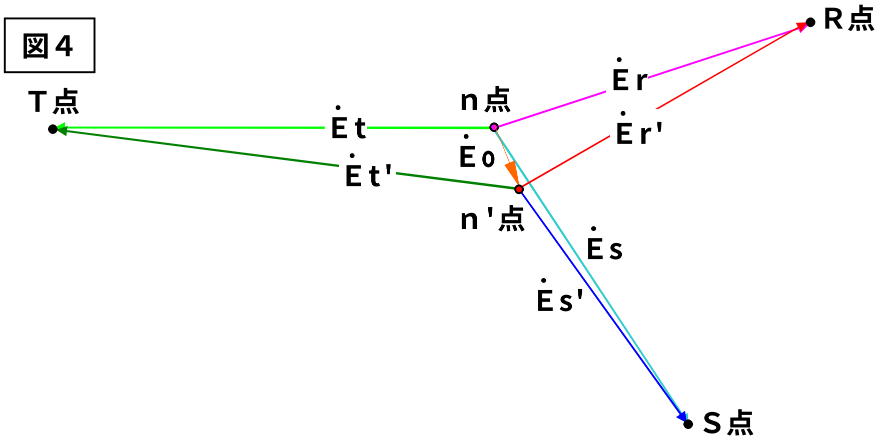


図５

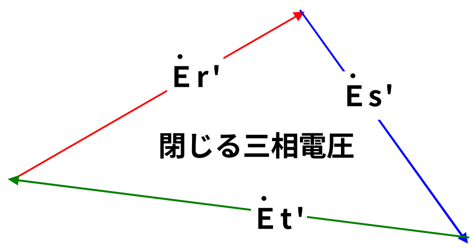


図５を見ると解りますがこの三相電圧は閉じます。
つまりn'点は中性点です。Ėoを【ゼロ相電圧】と言いますが、此処ではフーンという程度で結構です。
何で１/３やねん？＝＝＞次ページを読め。

鹿の骨印

前ページの図４がなぜそうなるのかと言う説明です。

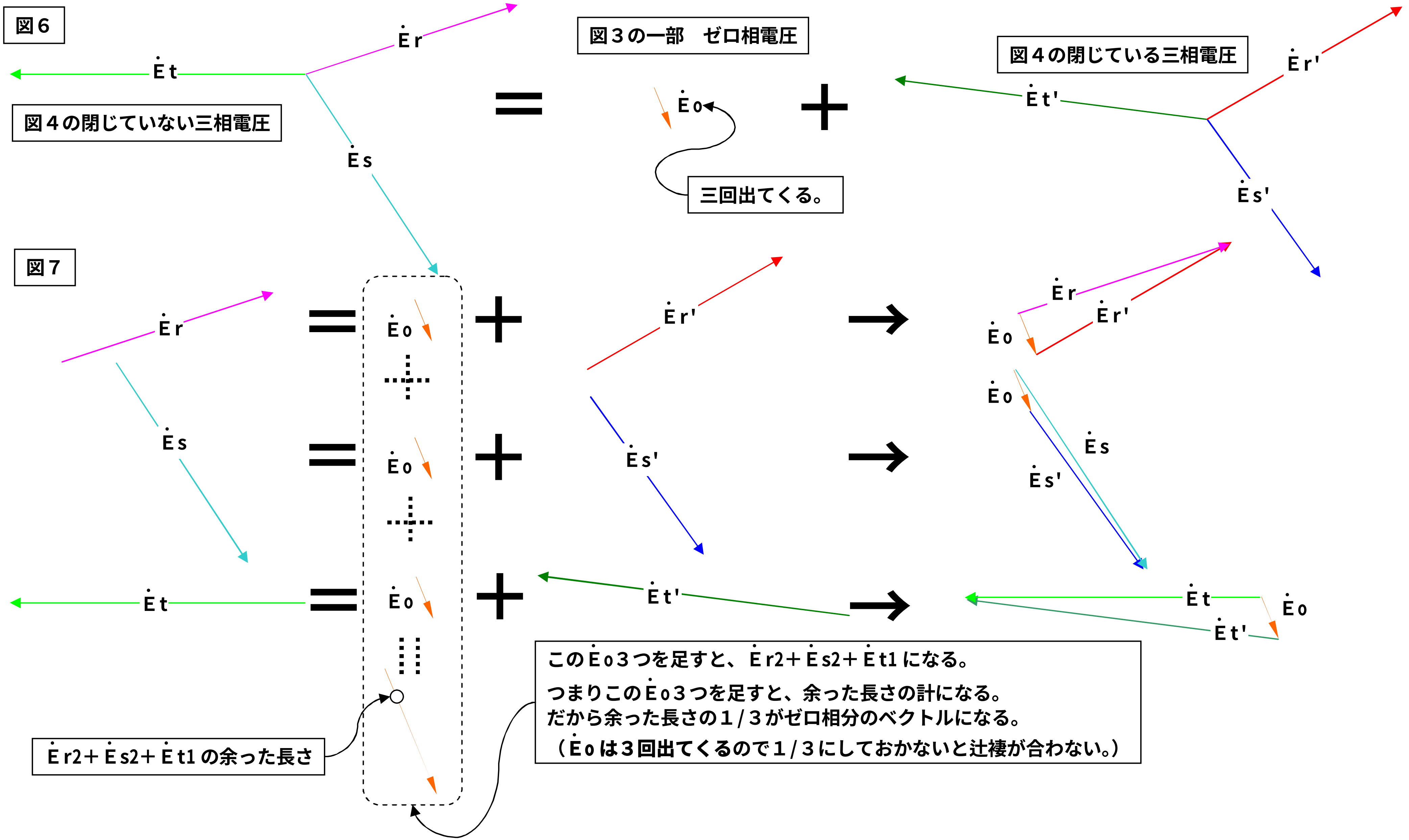


図６を分解して書くと図７になります。$\dot{E}_r=\dot{E}_0+\dot{E}_{r'}$、$\dot{E}_s=\dot{E}_0+\dot{E}_{s'}$、$\dot{E}_t=\dot{E}_0+\dot{E}_{t'}$ となりますので $\dot{E}_0$ が３回出てきます。
つまり $\dot{E}_0$ は３回足し算される事になりますから予め１／３にしておかないと辻褄が合いません。これで理解して下さい。

もう少し先へ行きます。

図８

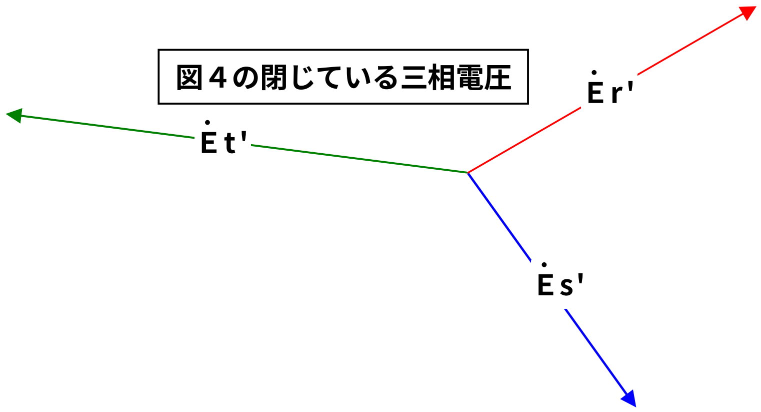
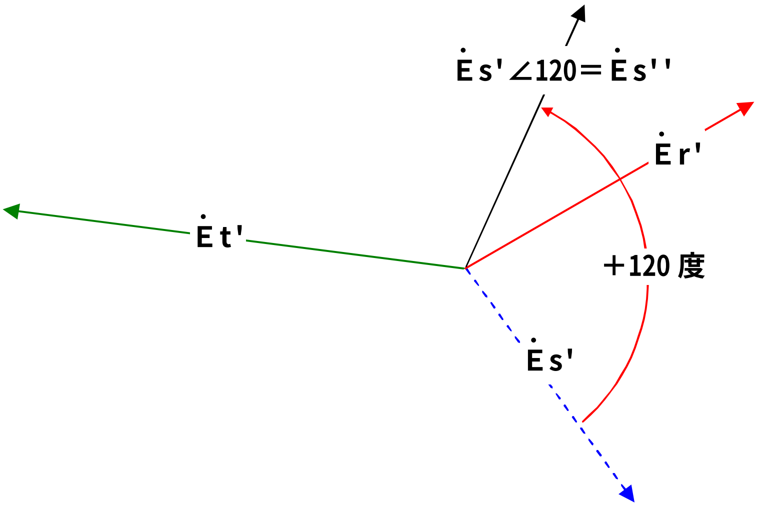


図８は図４の閉じている三相電圧の部分です。
この図を下記の様に変形します。
Ėr'はそのまま。
Ės'を反時計回りに 120 度回して、Ės''とする。何か良く解りませんが言われた通りに変形します。

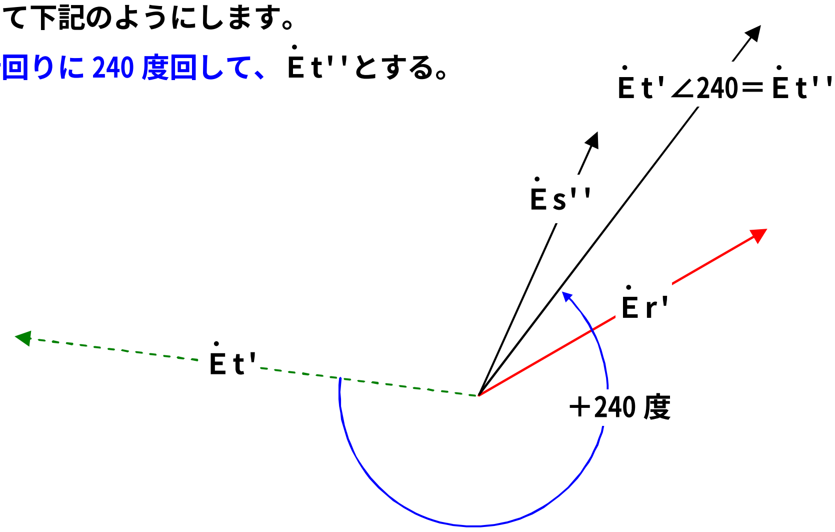
図９



此処ではベクトルを回転させた結果を次のように書きます。
Ės'は位相角＝α、絶対値＝Es'のベクトルですが、このベクトルはEs'∠αと書けます。
このベクトルを反時計回りに 120 度回すとEs'∠(α+120)となりますが、これをĖs'∠120 と書きます。
「・ドット」が付くか付かないかの違いに注意して下さい。

さらに変形して下記のようにします。
Ėt'を反時計回りに 240 度回して、Ėt''とする。

図１０



何だか良く解りませんがベクトルが３つ書けました。
Ėr'とĖs''とĖt''です。Ėr'は元々あったベクトルです。
さらにこのベクトルをこねくりまわします。
この先、暫くは「ワケワカメ！」の記述が続きます。辛抱して読んで下さい。

図１０を下記の様に変形します。
単純に３つのベクトルを足し算しろ。　　　　　　　→　図１１

その１/３を作ってĖ1としろ。　　　　　　　　　　→　図１２
その１/３と
それを時計回りに 120 度回したもの
及び時計回りに 240 度回したものを作れ。　→　図１３

図１１

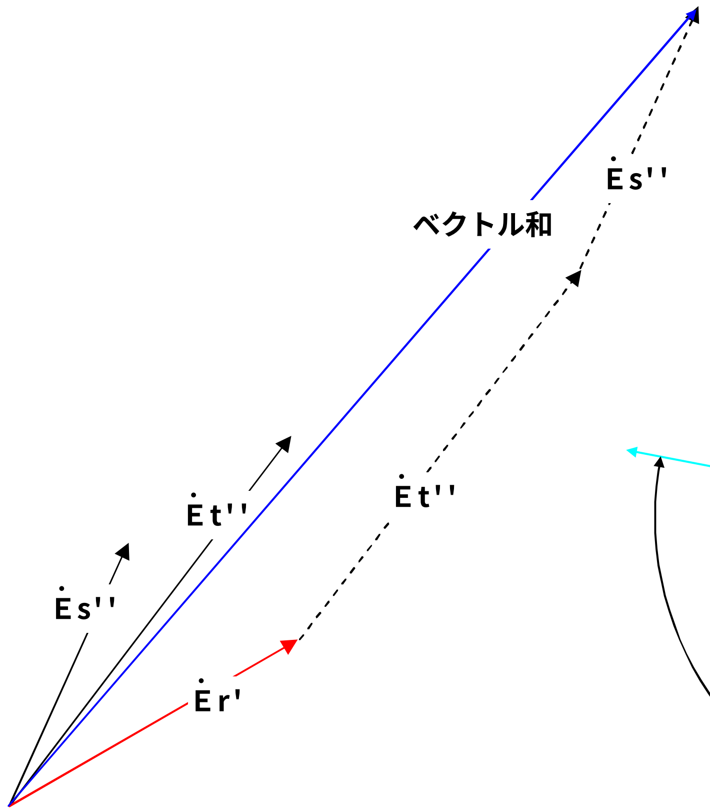


図１２

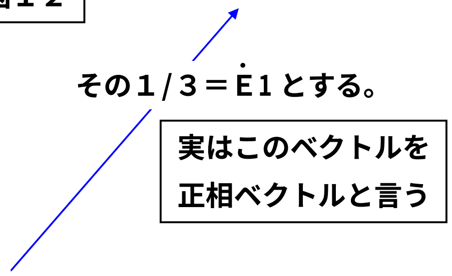
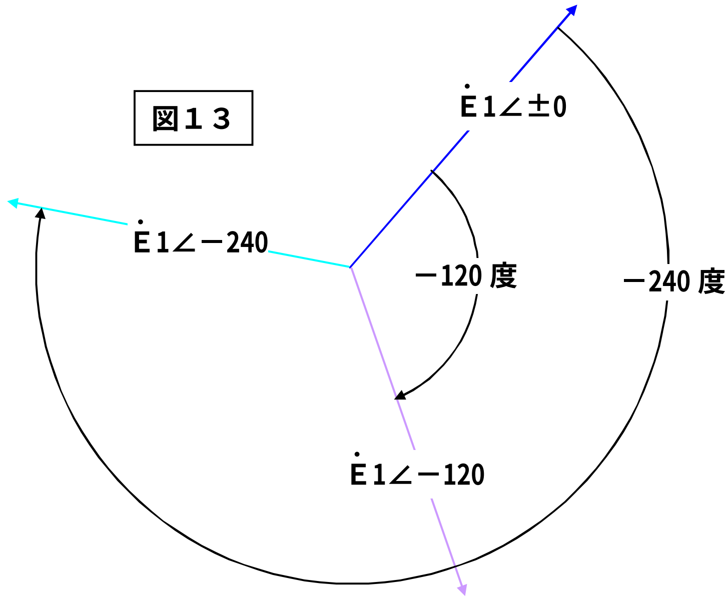


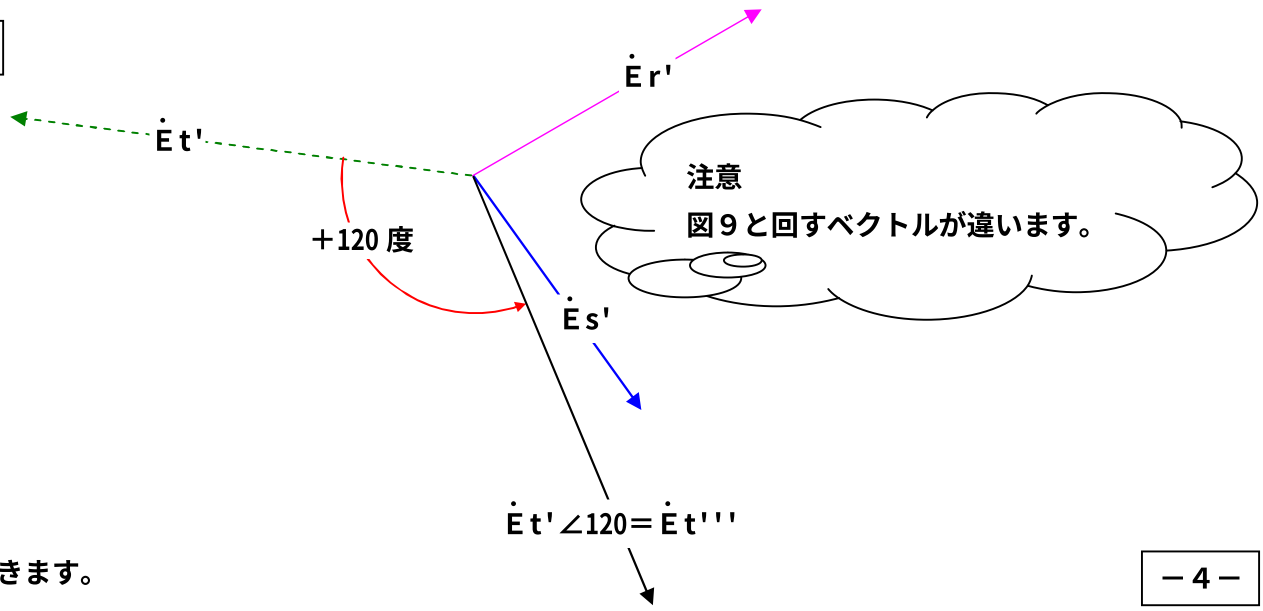
図１３



何が何だかサッパリ解りませんが図１３が出来ました。
これはこれでひとまず置いて、今度は図８を次のように変形します。

Ėr'はそのまま。
Ėt'を反時計回りに 120 度回してĖt2'''とする。
今回も何か良く解りませんが言われた通りに変形します。

図１４



続きます。

さらに次のように変形します。
Ės'を反時計回りに240度回して、Ės'''とする。
結果は下記になります。

図１５

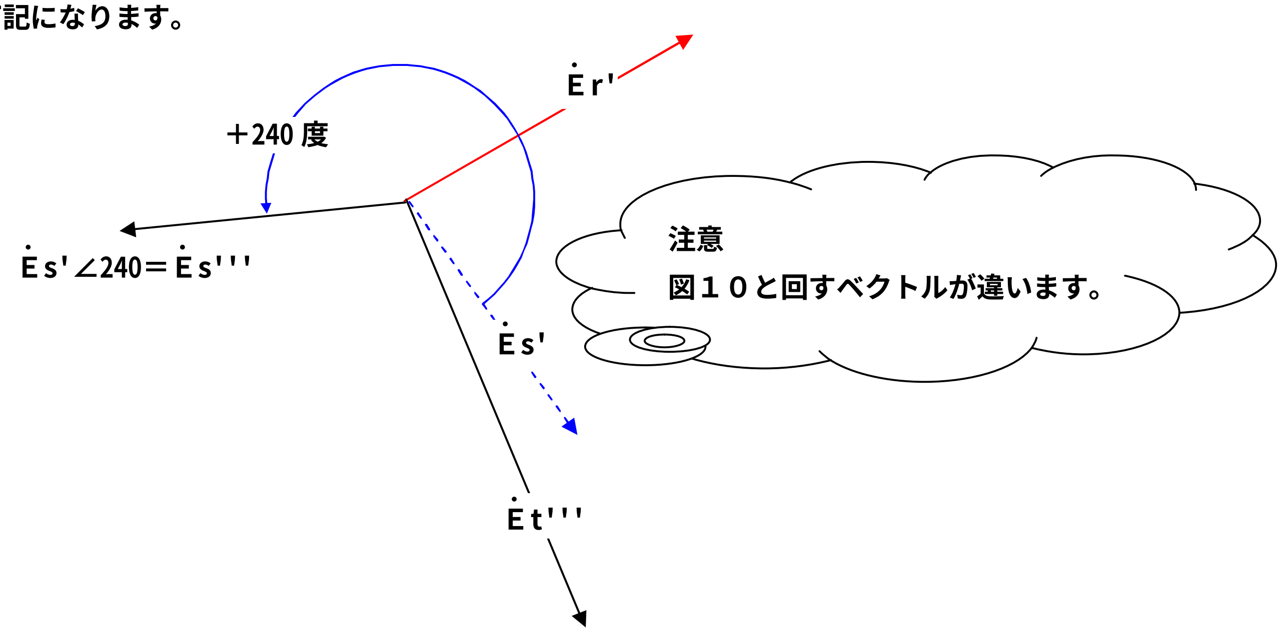


図１５を下記の様に変形します。
単純に３つのベクトルを足し算しろ。　→　図１６

その１/３を作ってE2としろ。　→　図１７
その１/３と
それを反時計回りに120度回したもの
及び反時計回りに240度回したものを作れ。　→　図１８

図１６

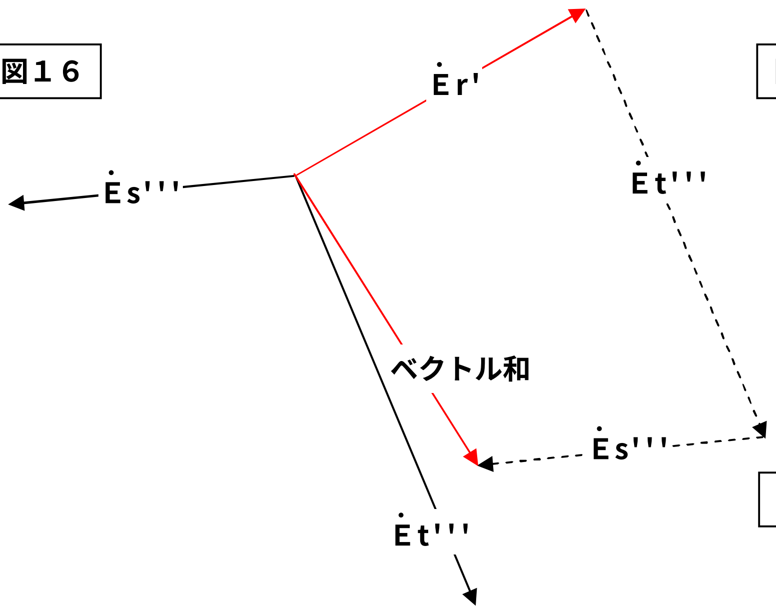
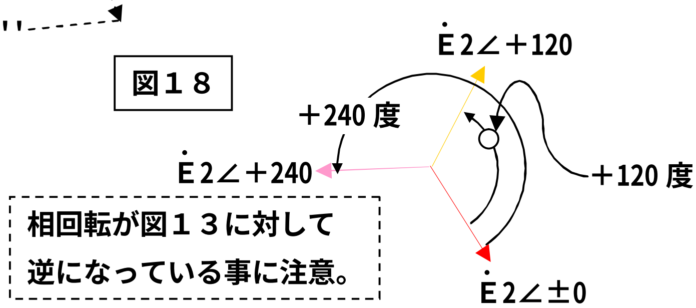


図１７

その１/３＝Ė2とする

実はこのベクトルを
逆相ベクトルと言う。

図１８



何やら訳もわからずに図１８が出来ました。
これをどうしようと言うのでしょうか？
続きます。

鹿の骨印

今度は図１３と図１８と図８を持ってきます。

図１３

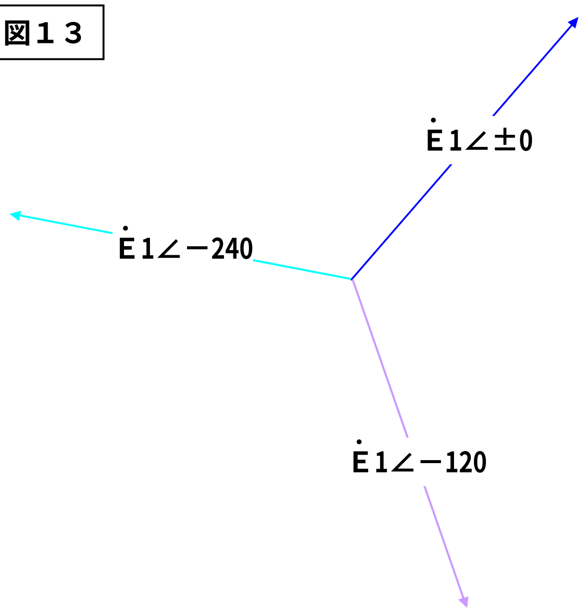


図１８

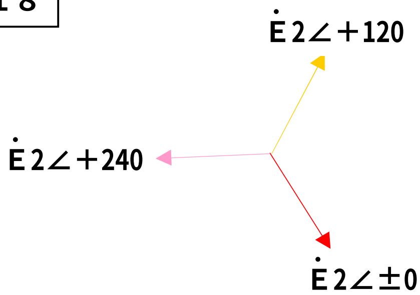
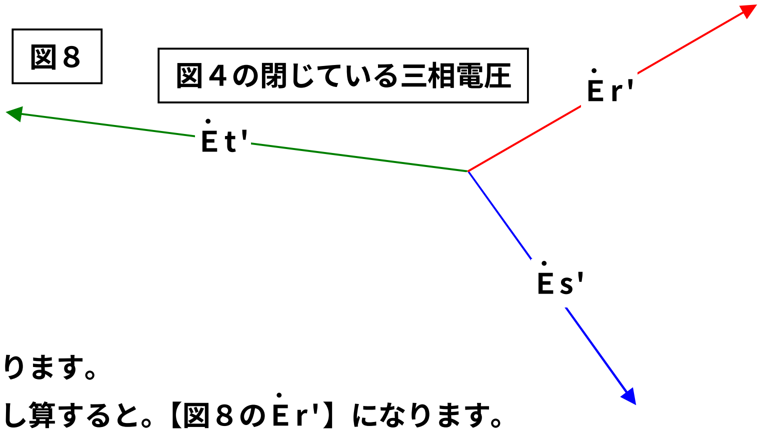


図８

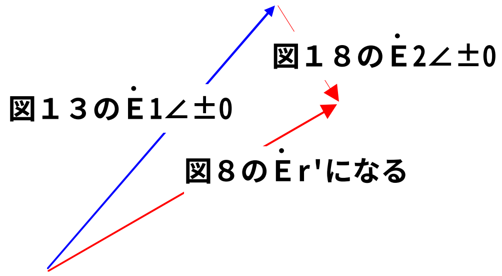
図４の閉じている三相電圧



この３つの図をジィーッと見ていると下記の事が解ります。

【図１３のĖ1∠±0】と【図１８のĖ2∠±0】を足し算すると。【図８のĖ r'】になります。

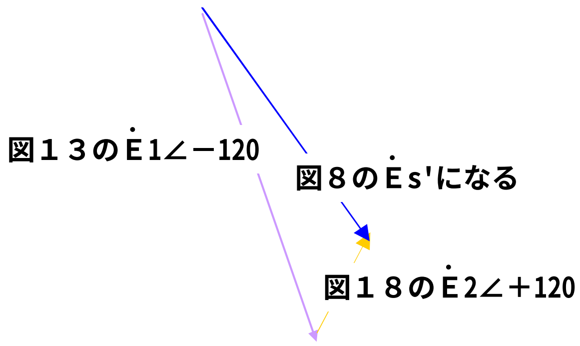
図１９



【図１３のĖ1∠−120】と【図１８のĖ2∠+120】を足し算すると。【図８のĖ s'】になります。

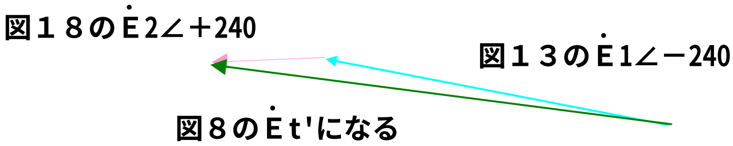
（足し算するベクトルを間違えない様にして下さい。）

図２０



【図１３のĖ1∠−240】と【図１８のĖ2∠+240】を足し算すると。【図８のĖ t'】になります。

図２１



何やねん？これは？・・・不思議でしょぉ〜・・・

もうアタマの中はグルングルン・・・次ページで少し整理します。

鹿の骨印

整理して関係式で示すと下図になります。

図２２

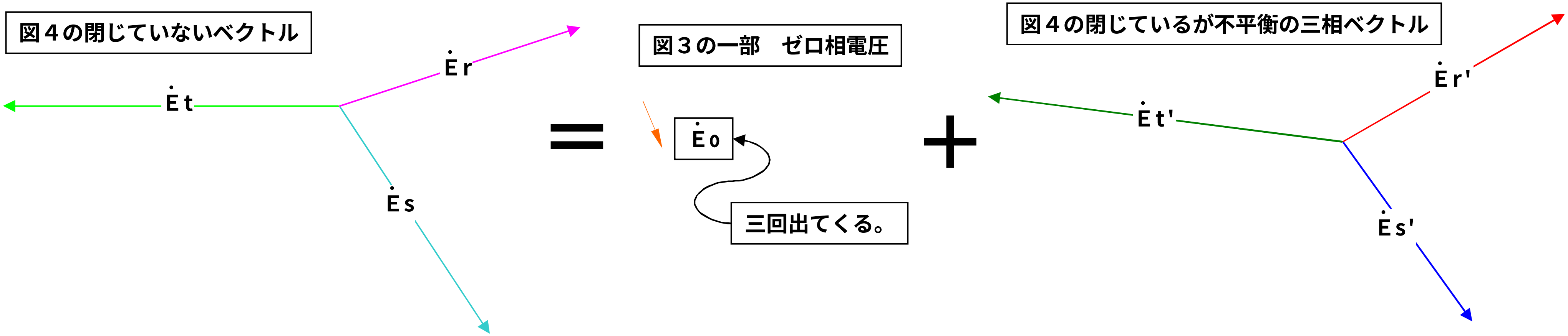
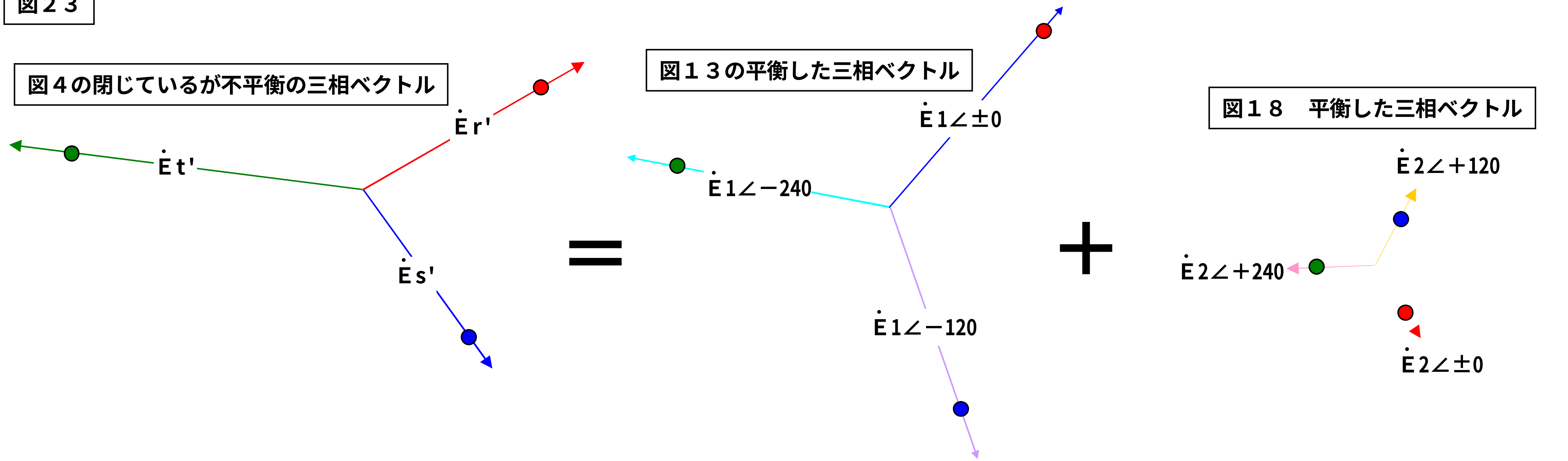


図２３



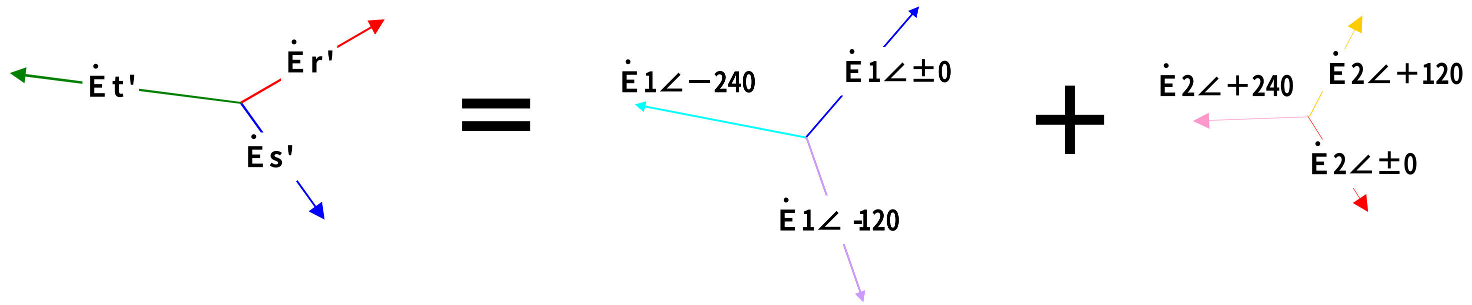
この様にバラバラな三相ベクトルは単相ベクトル＋正回転の平衡三相ベクトル＋逆回転の平衡三相ベクトルに分解することが出来ます。

（●●●は各々足し算するベクトルを示します。どのベクトルとどのベクトルの和を取るのかよく見て下さい。）

これが対称座標法の原理です。次ページでどうしてこの様な事になるのかの証明をします。

何故この様な事になるのか証明して見ましょう。

図２４



閉じているが不平衡の三相ベクトル
（サイズを１/２に縮小している。）

正相三相電圧ベクトル
（サイズを１/２に縮小している。）

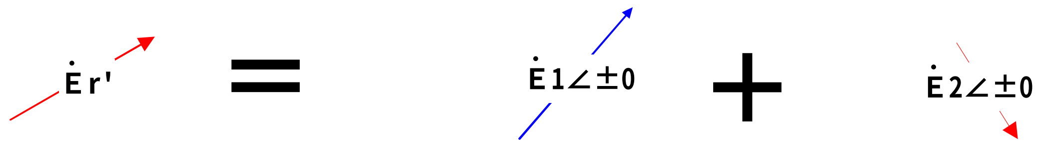
逆相三相電圧ベクトル

図２４に示すベクトル（$\dot{E}r'$、$\dot{E}s'$、$\dot{E}t'$）は【閉じているが平衡していない三相電圧ベクトル】です。
この時、正相電圧ベクトル$\dot{E}1$及び逆相電圧ベクトル$\dot{E}2$の定義は下記でした。

$\dot{E}1=(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle+120+\dot{E}t'\angle+240)/3$ ＜＝＝正相電圧ベクトルの定義

$\dot{E}2=(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle-120+\dot{E}t'\angle-240)/3$ ＜＝＝逆相電圧ベクトルの定義

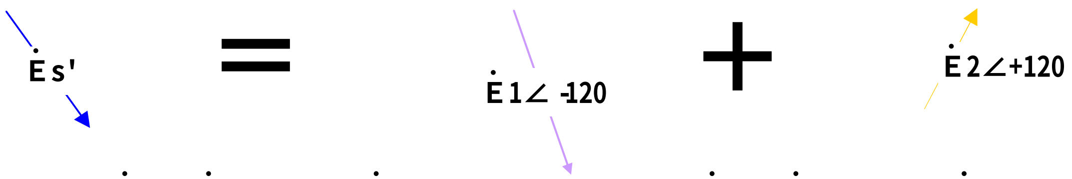
図２５



を証明します。

$$\begin{aligned}
\dot{E}1+\dot{E}2&=(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle+120+\dot{E}t'\angle+240)/3+(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle-120+\dot{E}t'\angle-240)/3\\
&=2\dot{E}r'/3+\dot{E}s'(1\angle+120+1\angle-120)/3+\dot{E}t'(1\angle+240+1\angle-240)/3\\
&=2\dot{E}r'/3+\dot{E}s'(-1/2+j\sqrt{3}/2-1/2-j\sqrt{3}/2)/3+\dot{E}t'(-1/2-j\sqrt{3}/2-1/2+j\sqrt{3}/2)/3\\
&=2\dot{E}r'/3+\dot{E}s'(-1/2-1/2)/3+\dot{E}t'(-1/2-1/2)/3\\
&=2\dot{E}r'/3-\dot{E}s'/3-\dot{E}t'/3 \quad \text{ここで}\ \dot{E}r'+\dot{E}s'+\dot{E}t'=0 \rightarrow -\dot{E}s'-\dot{E}t'=\dot{E}r'\ \text{だから}\\
&=2\dot{E}r'/3+\dot{E}r'/3\\
&=\dot{E}r' \quad \text{＜＝＝証明された。}
\end{aligned}$$

図２６



を証明します。

$$\dot{E}1\angle-120+\dot{E}2\angle+120=\{(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle+120+\dot{E}t'\angle+240)/3\}\angle-120+\{(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle-120+\dot{E}t'\angle-240)/3\}\angle+120$$

$$=\dot{E}r'(1\angle-120+1\angle120)/3+\dot{E}s'(1\angle120-120+1\angle-120+120)/3+\dot{E}t'(1\angle+240-120+1\angle-240+120)/3$$

$$=\dot{E}r'(1\angle-120+1\angle120)/3+\dot{E}s'(1\angle\pm0+1\angle\pm0)/3+\dot{E}t'(1\angle+120+1\angle-120)/3$$

$$=\dot{E}r'(-0.5-j\sqrt{3}/2-0.5+j\sqrt{3}/2)/3+2\dot{E}s'/3+\dot{E}t'(-0.5+j\sqrt{3}/2-0.5-j\sqrt{3}/2)/3$$

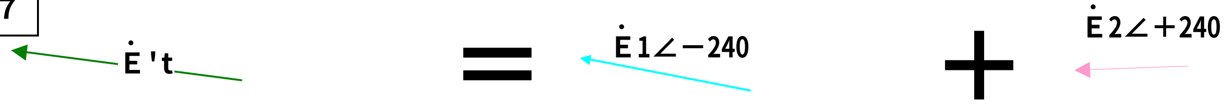
$$=-\dot{E}r'/3+2\dot{E}s'/3-\dot{E}t'/3$$

$$=2\dot{E}s'/3-(\dot{E}r'+\dot{E}t')/3 \quad\leftarrow\quad \dot{E}r'+\dot{E}s'+\dot{E}t'=0\ \text{なので}\ \dot{E}s'=-(\dot{E}r'+\dot{E}t')$$

$$=2\dot{E}s'/3+\dot{E}s'/3$$

$$=\dot{E}s' \quad <==\text{証明された。}$$

図２７



を証明します。

$$\dot{E}1\angle-240+\dot{E}2\angle+240=\{(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle+120+\dot{E}t'\angle+240)/3\}\angle-240+\{(\dot{E}r'+\dot{E}s'\angle-120+\dot{E}t'\angle-240)/3\}\angle+240$$

$$=\dot{E}r'(1\angle-240+1\angle+240)/3+\dot{E}s'(1\angle+120-240+1\angle-120+240)/3+\dot{E}t'(1\angle+240-240+1\angle-240+240)/3$$

$$=\dot{E}r'(1\angle-240+1\angle+240)/3+\dot{E}s'(1\angle-120+1\angle+120)/3+\dot{E}t'(1\angle\pm0+1\angle\pm0)/3$$

$$=\dot{E}r'(-0.5+j\sqrt{3}/2-0.5-j\sqrt{3}/2)/3+\dot{E}s'(-0.5-j\sqrt{3}/2-0.5+j\sqrt{3}/2)/3+2\dot{E}t'/3$$

$$=\dot{E}r'(-0.5-0.5)/3+\dot{E}s'(-0.5-0.5)/3+2\dot{E}t'/3$$

$$=(-\dot{E}r'-\dot{E}s')/3++2\dot{E}t'/3 \quad\leftarrow\quad \dot{E}r'+\dot{E}s'+\dot{E}t'=0\ \text{なので}\ \dot{E}t'=-(\dot{E}r'+\dot{E}s')$$

$$=\dot{E}t'/3++2\dot{E}t'/3$$

$$=\dot{E}t' \quad <==\text{証明された。}$$

と言う結果が得られますので無事証明されました。
この様に図 24 に示された通り、閉じている不平衡な三相ベクトルは、
相回転が正方向の平衡三相ベクトルと逆回転の平衡三相ベクトルの和として表す事が可能です。
また７ページ図 22 に示した通り、完全にバラバラな三相ベクトルは単相ベクトルと閉じる三相ベクトルの和として計算が可能です。
結果として、完全にバラバラな三相ベクトルは
単相ベクトル＋相回転が正方向の三相平衡ベクトル＋相回転が逆の三相平衡ベクトルの和として計算できます。

もう少し書きます。

鹿の骨印

市中の「対象座標法のテキスト」には次のような記載が有ります。

閉じ無い不平衡の三相電圧 $\dot{E}r\,\dot{E}s\,\dot{E}t$ が有った場合、ゼロ相電圧 $\dot{E}o$、正相電圧 $\dot{E}1$、逆相電圧 $\dot{E}2$ は次の計算式になる。

$\alpha = 1\angle 120$ 度 $= -1/2 + j\sqrt{3}/2$ とすると　（<==αはベクトルオペレータと言います。）

$\dot{E}o = (\dot{E}r + \dot{E}s + \dot{E}t)/3$

$\dot{E}1 = (\dot{E}r + \alpha\dot{E}s + \alpha^2\dot{E}t)/3$

$\dot{E}2 = (\dot{E}r + \alpha^2\dot{E}s + \alpha\dot{E}t)/3$

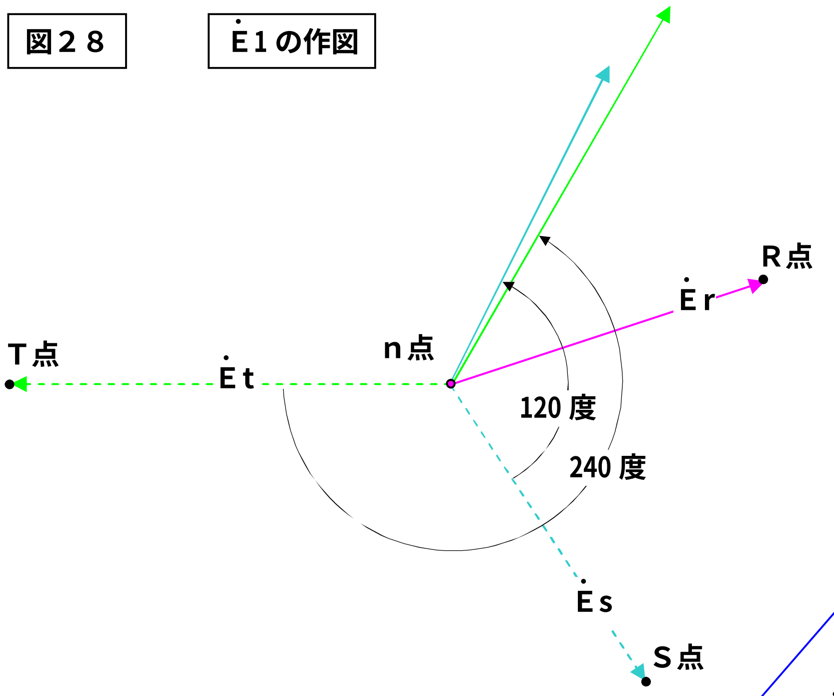
この式は今まで説明してきた式とゼロ相電圧 $\dot{E}o$ は同じですが、正相電圧 $\dot{E}1$ と逆相電圧 $\dot{E}2$ は異なります。
今まで説明してきたとの式は下記です。

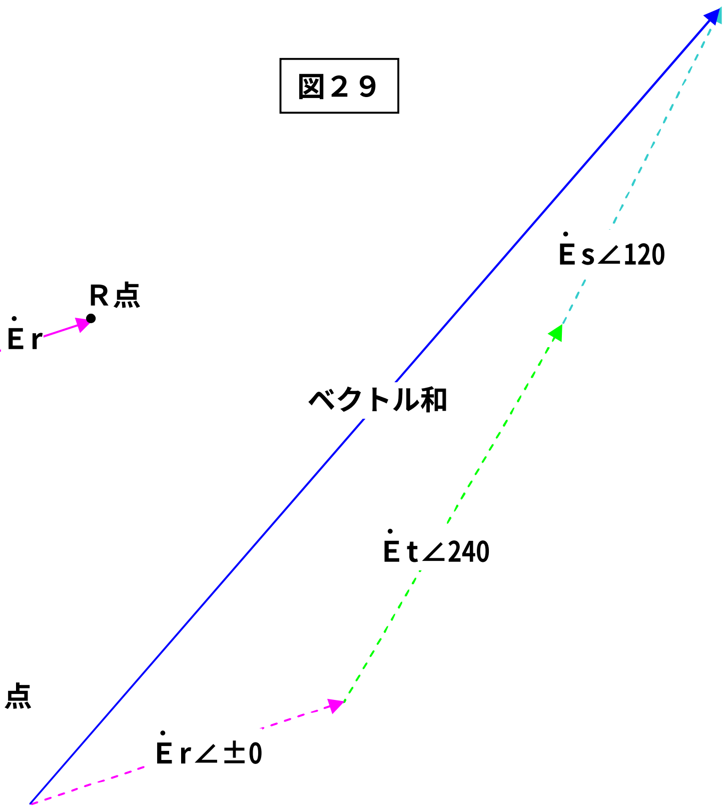
$\dot{E}1 = (\dot{E}r' + \alpha\dot{E}s' + \alpha^2\dot{E}t')/3$

$\dot{E}2 = (\dot{E}r' + \alpha^2\dot{E}s' + \alpha\dot{E}t')/3$

「'」の付いたベクトルは１ページで示した「閉じた三相ベクトル」です。「'」の付かない計算式と異なりますが、結果はどうなのでしょうか？
実は同じ結果になります。下記に書きます。

$\dot{E}1 = (\dot{E}r + \alpha\dot{E}s + \alpha^2\dot{E}t)/3$ を図で書きます。　比較の為に図１２を記載しますが両者は同じものになります。
何故こうなるかの証明を次ページに書きます。





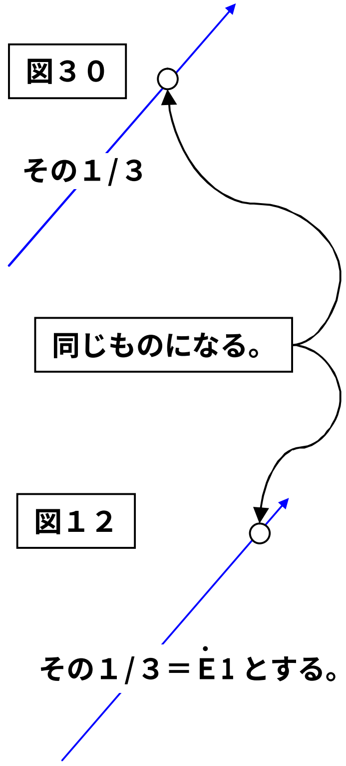
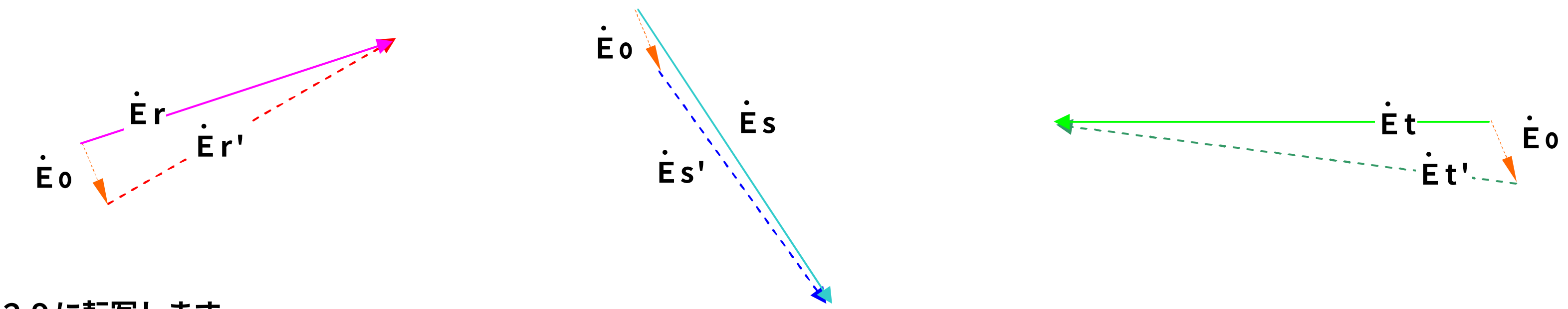
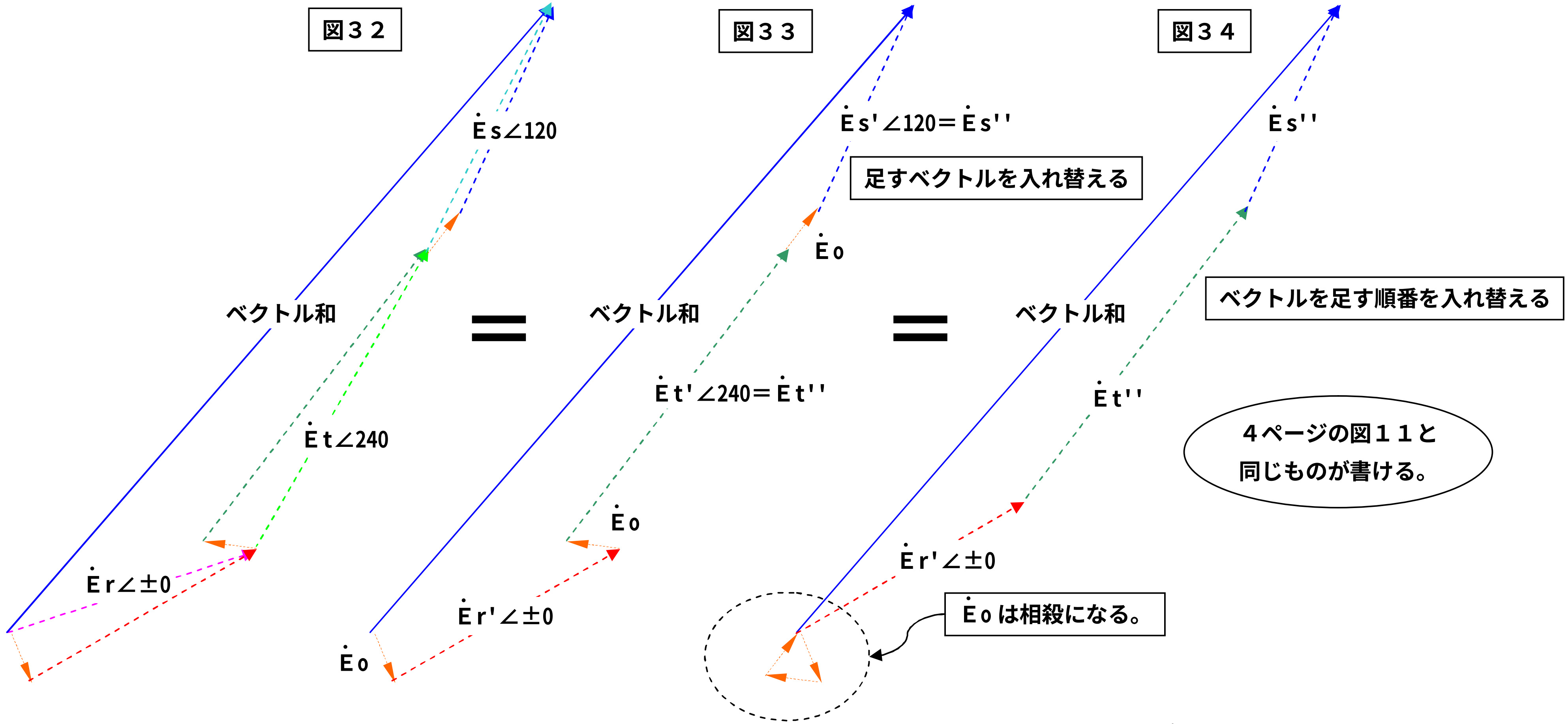


図７を見ると解るのですが、Ėr、Ės、Ėt は各々Ėr＝Ėo＋Ėr'、Ės＝Ėo＋Ės'、Ėt＝Ėo＋Ėt'となっています。下図参照。

図３１



この関係を図２９に転写します。



この様に図２９でかいたベクトル和は図１１で書いたベクトル和と同じものを書いている事が解ります。結果としてĖ1 は同じものになります。
Ė2 の場合を次ページに記載します。

図３５　$\dot{E}$2 の作図

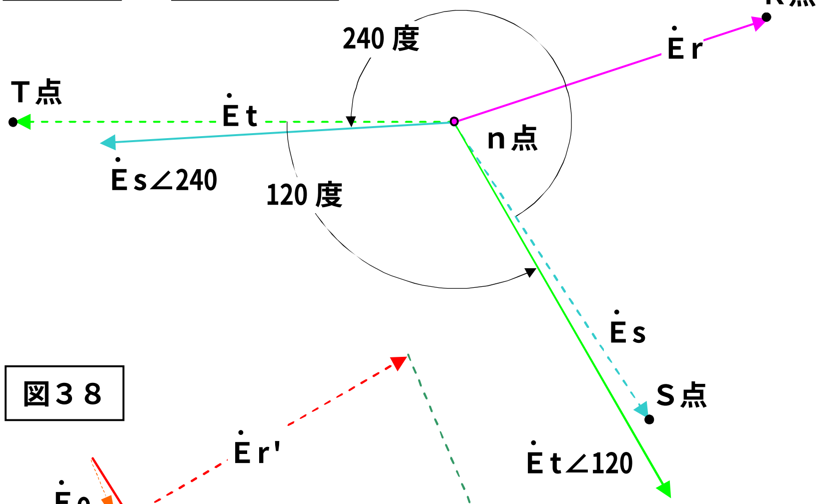


図３６

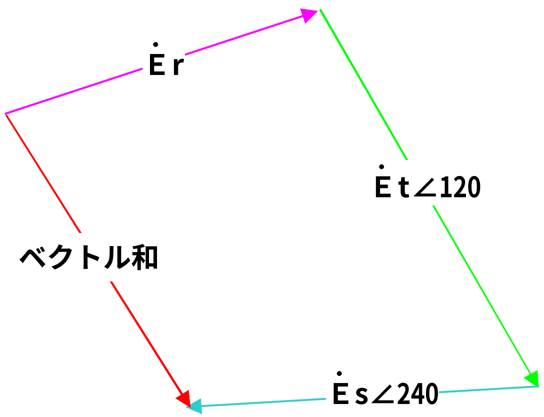


図３７

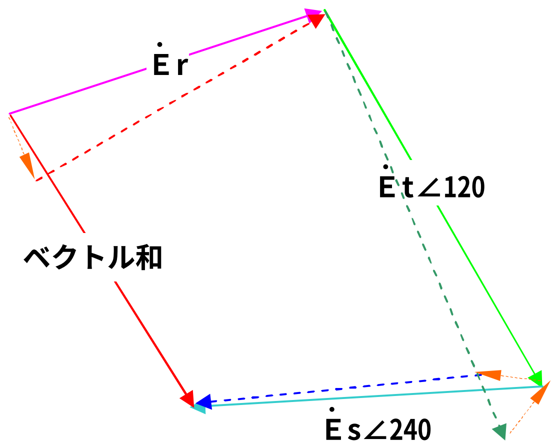


図３８

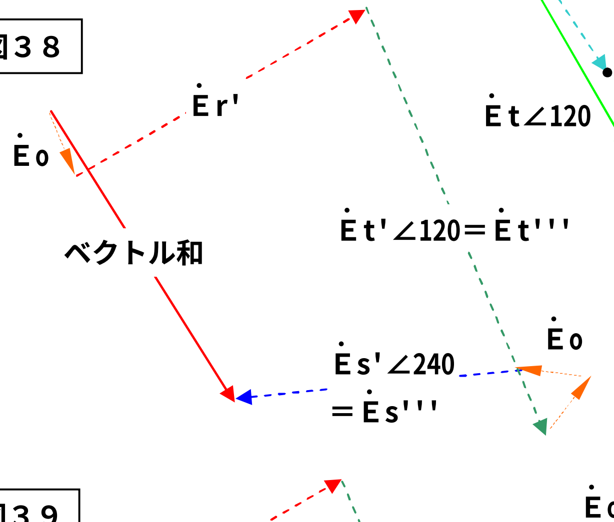
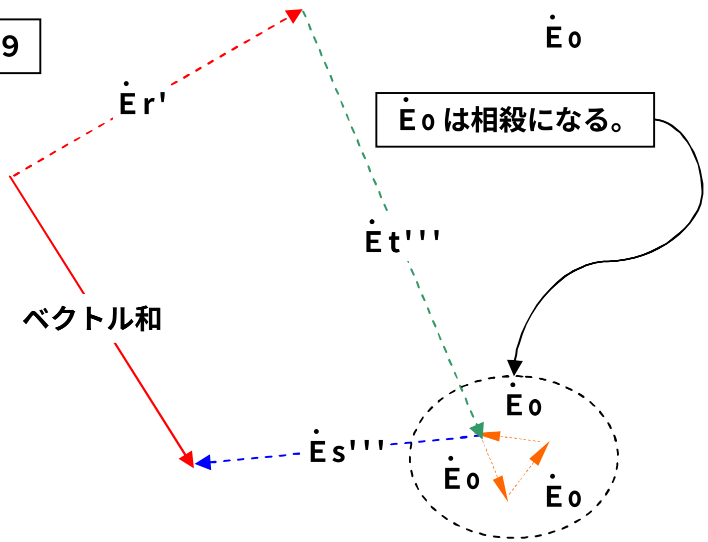


図３９



定義に従って図３５の様に各ベクトルを回転させます。
図３６でベクトル和を取ります。
図３７の様に変形してさらに図３８に様に変形します。
ベクトルを繋ぐ順番を入れ舞えると図３９になり、５ページ図１６と同じものになります。

これらの内容は数式で証明することも出来ます。

$$\dot{E}1=(\dot{E}r+\alpha\dot{E}s+\alpha^2\dot{E}t)/3$$
$$=\{(\dot{E}r'+\dot{E}o)+\alpha(\dot{E}s'+\dot{E}o)+\alpha^2(\dot{E}t'+\dot{E}o)\}/3$$
$$=\{\dot{E}o(1+\alpha+\alpha^2)+\dot{E}r'+\alpha\dot{E}s'+\alpha^2\dot{E}t'\}/3$$
$$=(\dot{E}r'+\alpha\dot{E}s'+\alpha^2\dot{E}t')/3$$

$$\dot{E}2=(\dot{E}r+\alpha^2\dot{E}s+\alpha\dot{E}t)/3$$
$$=\{(\dot{E}r'+\dot{E}o)+\alpha^2(\dot{E}s'+\dot{E}o)+\alpha(\dot{E}t'+\dot{E}o)\}/3$$
$$=\{\dot{E}o(1+\alpha^2+\alpha)+\dot{E}r'+\alpha^2\dot{E}s'+\alpha\dot{E}t'\}/3$$
$$=(\dot{E}r'+\alpha^2\dot{E}s'+\alpha\dot{E}t')/3$$

今回の講義は此処までです。
これで、対象座標法の何たるかだけは理解して下さい。
次回の予定はこの解析手法を使って色々な事をやる予定です。

オシマイ