パーセントインピーダンス計算法(トランス編)

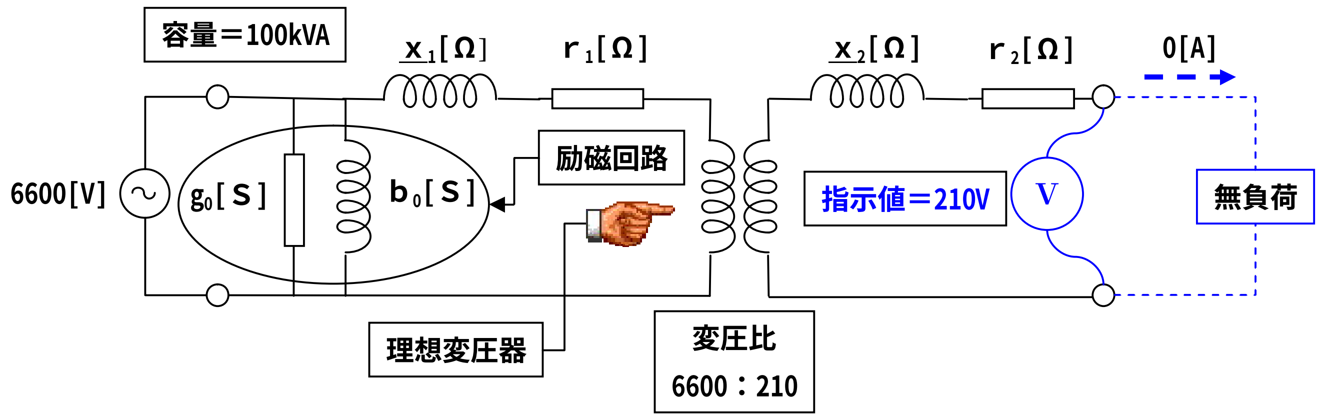
パーセントインピーダンスの解説はこれで４回目です。
前回ではトランスがある回路の解析手法を記載しましたが、トランスは**理想トランス**として扱いました。
今回は、トランスの回路定数を含んだ値で解説を行います。
読者のご高覧を賜れば幸いです。

平成　鹿年　骨月　吉日
貧電工附属　サイタマ・ドズニーランド・大学　学長　鹿の骨

ここで前もってお断りを入れます。
Ｘ(エックス)と×(かけ算記号)ですが、非常に紛らわしく、事実上区別して記載出来ません。
従って次の様に書きます。
Ｘ(エックス)の場合　：X　<==字の下に＿を付ける。
×(かけ算記号)の場合：X　<==そのまま。

下記はトランスのＬ型等価回路です。

図１　単相変圧器のＬ型等価回路：無負荷時



％Ｚの話云々の前に、定格値の意味するものを正確に理解しておかないと話が頓珍漢になります。
ややこしい話ですが、暫くお付き合い下さい。
まずは、定格値の説明からします。

定格電圧
定格電圧は**定格一次電圧**と**定格二次電圧**が有ります。
図１では定格一次電圧＝6600[V]、定格二次電圧＝210[V]です。
一次側に 6600[V]の交流電圧を加えると二次側に 210[V]の電圧が出現するという意味です。
これには注意が必要で、210[V]がどの様な負荷状態の時の値なのか？　を考える必要が有ります。
210[V]は無負荷の状態の値です。
一次側に定格電圧を加え、二次側に負荷を接続し、負荷電流を流した場合は、内部インピーダンスの電圧降下により二次側の端子電圧は下がりますので、二次側端子電圧は定格電圧になりません。(遅れ負荷の場合。進み負荷を接続した場合は、内部でフェランチ効果が起きて、二次電圧が高くなる事がある。)
二次側端子を開放し、一次側に定格電圧 6600[V]を加えた場合、二次側端子に定格二次電圧 210[V]が出現します。

変圧比
定格一次電圧と定格二次電圧の比率を言います。
通常目にする変圧器は「降圧用の変圧器」です。
電圧の低い方を「1.00」として表すのがお作法のようですので、上記の場合の変圧比は
6600：210＝31.4：1.00　となります。(３桁表示)

定格電流
定格電流は**定格一次電流**と**定格二次電流**が有ります。
先に定格二次電流が決まります。
実は、定格二次電流は「熱」で決まります。

等価回路で示したように、トランスには発熱の元になる要素が３つ有ります。
一つ目は「鉄損を決める励磁コンダクタンス g0[S]」です。
２つ目は「銅損を決める一次巻線抵抗 r1[Ω]」です。
３つ目は「同じく銅損を決める二次巻線抵抗 r2[Ω]」です。
この３つの内、定格二次電流を決める要素は主に r1 と r2 です。
r1 と r2 は抵抗ですから電流を流すと発熱します。（銅損と言います。）
当然トランスが熱くなりますが、電流を流し過ぎると、熱によって巻線を絶縁している絶縁物が劣化します。
電流を１年２年と連続で流した時に、巻線の絶縁物が「何ともない状態」に保たれる限界の電流があります。
この電流を「**定格二次電流**」とします。
当然同時に一次電流も流れていますから、一次側でも発熱します。
又、励磁コンダクタンスによる発熱ですが、非常に小さな値ですが確実にあります。（鉄損と言います。）
この熱（鉄損）も当然二次側に流れる電流に依る発熱（銅損）同様、定格二次電流の決定に影響します。

この様に**定格二次電流は、長い時間ずぅ～っと流していても熱的に問題ない電流**を言います。

これが定格二次電流の決め方です。
この定格二次電流以内の電流でトランスを使っている限り、何の問題もありません。
次は定格一次電流です。

この時の、一次電流は定格二次電流を巻数比で割った値になりますが、**この値を定格一次電流とします。**

此処まで読んできて何も疑問が湧かなかったら、少し勉強不足です。

等価回路にも描きましたが、一次側には励磁回路があります。
二次側に定格電流（負荷電流）を流した場合、一次側に流れる電流は負荷電流と、この励磁電流のベクトル和になります。
一次側に定格電圧を加え、二次側に定格電流が流れる様な負荷を接続した場合、一次側に流れる電流は定格一次電流より大きな値になります。
逆に言えば、一次側の電流を定格一次電流とした場合には、二次側には定格二次電流が流れません。
非常に小さな誤差の範囲ですが、確実に値が異なる事をご理解下さい。
従って、励磁電流と無関係な定格二次電流を先に決める訳です。

定格容量
定格容量は[kVA]の単位を持ちます。
次の計算式で算出された値を言います。

定格容量Ｓ[kVA]＝定格一次電圧[V]×定格一次電流[A]÷1000＝定格二次電圧[V]×定格二次電流[A]÷1000

一次側で計算しても二次側で計算しても計算結果は全く同じです。
ここで注意して頂きたい事は「**定格容量**」と書いてありますが、「**定格出力では無い**」という事です。
「容量」と「出力」は違います。
負荷が遅れ負荷の場合、変圧器の二次側には定格容量の負荷を接続できません。
定格容量よりほんの少しですが、小さい負荷を接続する事になります。
例えば 100[kVA]の変圧器に 80[kW]遅れ 80[%]（100[kVA]＝80[kW]－j60[kvar]）の負荷は接続出来ません。
此処は重要なところですから、もう少し詳しく書きます。
前ページの等価回路で、R1＝9.8596[Ω]、$\underline{X}$1＝j9.8596[Ω]、R2＝0.02[Ω]、$\underline{X}$2＝j0.03[Ω]だとします。
（数値がヘンなのは、計算をし易いように数値を作ったからが理由。）
この内部インピーダンスを全て二次側に変換すると下記になります。
合計の値をそれぞれＲ、$\underline{X}$とすると

$R＝r1/31.4^2＋r2＝9.8596/985.96＋0.02＝0.01＋0.02＝0.03[Ω]$

$\underline{X}＝j\underline{X}1/31.4^2＋j\underline{X}2＝j9.8596/985.96＋j0.02＝j0.01＋j0.03＝j0.04[Ω]$

図２

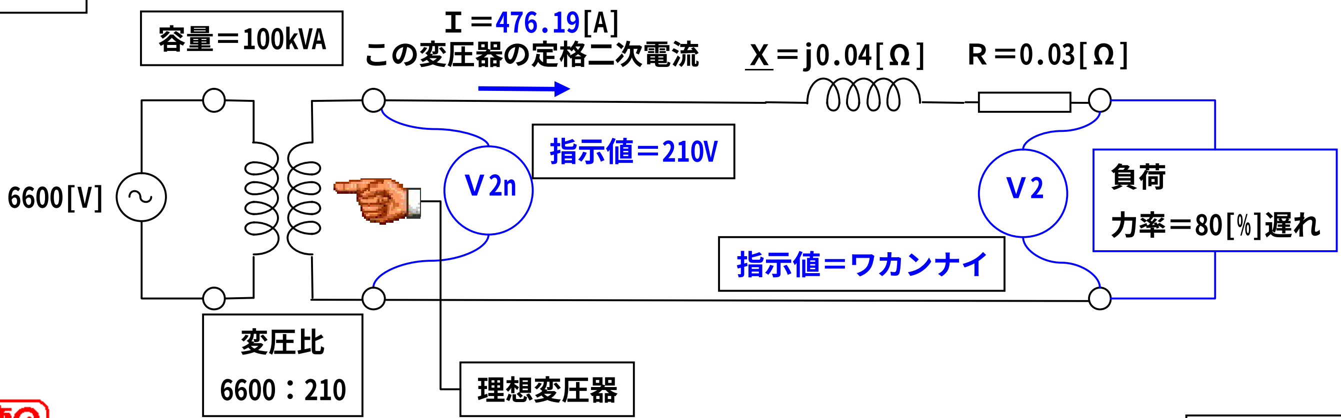
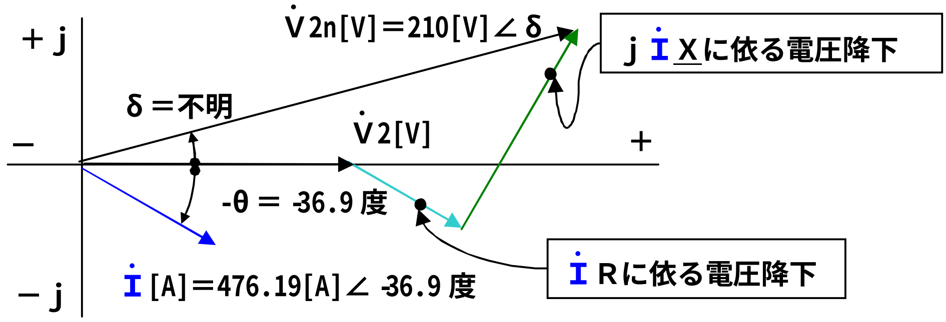


図２の場合の、出力 kVA 値を計算します。（結構厄介な計算です。）
出力 kVA 値は端子電圧×負荷電流で計算できますが、端子電圧Ｖ2 が解りません。
電流は絶対値とＶ2 に対する力率角が解っているだけです。
ちなみにベクトル図を描くと下図になります。$\dot{V}$2 を基準としています。

図３



さて計算をスタートしましょう。次のような方程式を立てます。
$\dot{V}$2n＝$\dot{I}$(Ｒ＋ｊX)＋$\dot{V}$2
この方程式に解っている値を代入すると
210[V]∠δ＝476.19[A]∠ -36.9 度×(0.03[Ω]＋ｊ0.04[Ω])＋Ｖ2∠0
210cosδ＋ｊ210sinδ＝(476.19×0.8－ｊ476.19×0.6)×(0.03＋ｊ0.04)＋Ｖ2
210cosδ＋ｊ210sinδ＝11.429＋ｊ15.238－ｊ8.571＋11.429＋Ｖ2
210cosδ＋ｊ210sinδ＝22.858＋Ｖ2＋ｊ6.667
この式の実部と虚部を各々取ると下式を得ます。
210cosδ＝22.858＋Ｖ2　－－－　①式
ｊ210sinδ＝ｊ6.667　　－－－　②式
②式が先に解けます。
sinδ＝6.667/210
δ＝1.819310 度　＜＝＝関数電卓で計算します。
これを①式に代入すると
210×0.99949＝22.858＋Ｖ2
Ｖ2＝187.036[V]　187[V]
$\dot{V}$2＝187[V]∠0
やっとＶ2 の値が出ました。

この値に定格電流をかけ算すると、このトランスの力率 0.8 の負荷の場合の出力 kVA 値が出ます。
力率 0.8 の負荷の場合の出力 kVA 値＝187[V]×476.19[A]÷1000　89.0[kVA]
となりますので、**容量分の出力は出ない事が解ります。**
尚、今回は、トランス内部のインピーダンスを比較的大きな値としています。
実機ではこの様に大きな値では有りません。
概ね 205[V]程度の値になります。（出力　97.6[kVA]程度）

尚、Ｖ2 の値の計算ですが、簡略式を用いて下記のように計算しても算出出来ます。
Ｖ2＝Ｖ2n－Ｉ×(Ｒcosθ＋Ｘsinθ)
　＝210－476.19×(0.03×0.8＋0.04×0.6)
　＝187.143　187[V]　＜＝＝同じ数値と見なせる値が算出される。

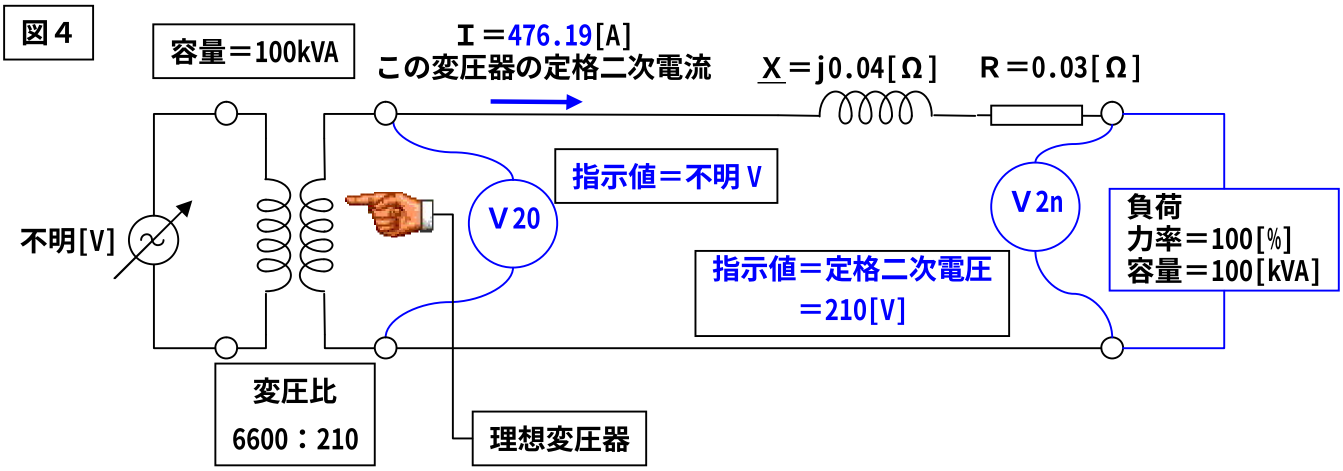
電圧変動率
前ページの定格容量の説明で二次側の電圧が負荷の大きさ、力率に依って値が異なる事はご理解されたと思います。
この二次側の電圧の変化を指す指標が「電圧変動率」です。
学術的な定義式は下記です。

$$\text{電圧変動率}=\frac{V20-\text{定格二次電圧}}{\text{定格二次電圧}}\times 100[\%]$$

V20＝指定力率の全負荷時に二次端子電圧が定格二次電圧になるように加えた一次電圧の二次側換算値
指定力率は特に断らない場合は100[%]とする。

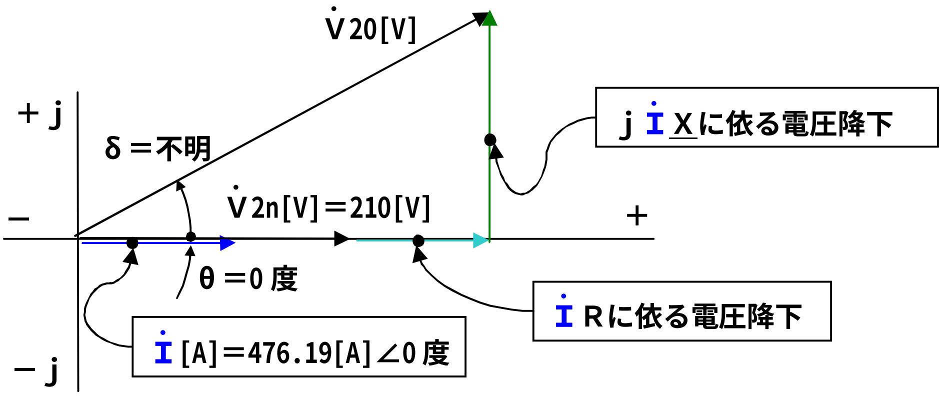
解りますかぁ～？
「ワケガワカラン！」と思うのが普通です。
小生も最初は何を言っているのか全く理解出来ませんでした。
まず、黙って下記の回路図をご覧下さい。

図４



「図２と同じジャン・・・」ではありません。
図４をヨーク見ると解りますが、**二次端子電圧が定格二次電圧になっています。**
トランス内部で電圧降下を起こしますから、当然一次側の端子に加える電圧は定格一次電圧ではありません。
定格一次電圧より高い電圧を加えないと二次端子電圧が定格電圧になりません。
この回路図のベクトル図を描くと図５になります。

図５



V20が幾つになるのか計算して見ましょう。

$\dot{V}20=\dot{V}2n+\dot{I}\times(R+jX)$
$\quad=210\angle 0+476.19\times(0.03+j0.04)$
$\quad=224.2857+j19.0476$
$\quad=225.0931[V]\angle 4.8540$ 度

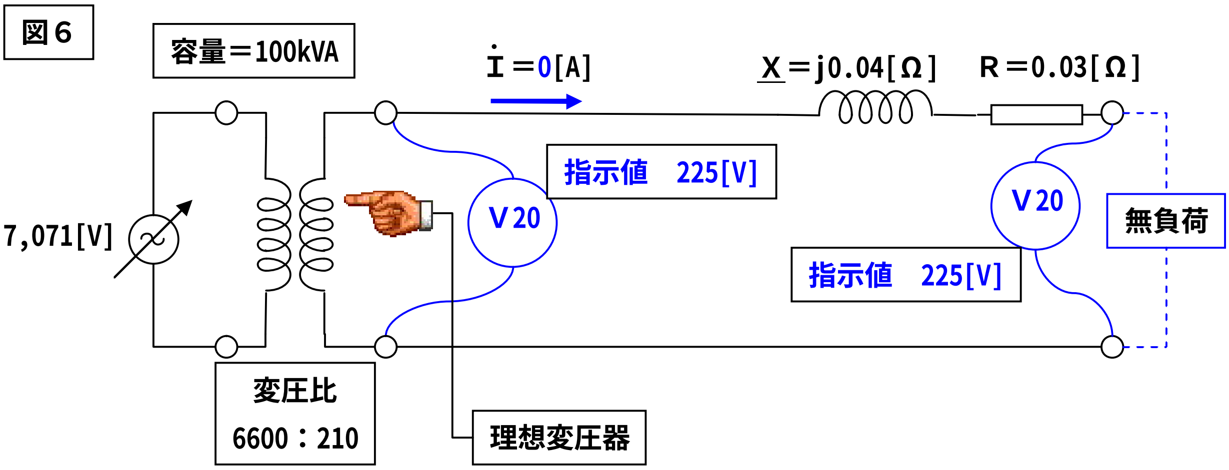
$|\dot{V}20|=225.0931[V]$となります。

この時の一次側の電圧V1は

V1＝V20÷210×6600　7071[V]となります。

今度は下記の回路図をご覧下さい。

図６



この図は図４を無負荷にしたものです。
無負荷ですから、二次端子電圧はＶ20 がそのまま現れます。
この電圧Ｖ20 と図４の二次端子電圧Ｖ2n との比率を計算したものが電圧変動率です。

$$\text{電圧変動率}=\frac{V_{20}-\text{定格二次電圧}}{\text{定格二次電圧}}\times 100[\%]$$

$$=\frac{225.0931-210}{210}\times 100[\%]$$

$$=\frac{15.0931}{210}\times 100[\%]$$

$$=7.1872[\%]\quad 7.19[\%]$$

となります。
ここで注意したい事は、**電圧変動率は「どの位電圧が下がるか。」と言う指標ではありません。**
「電圧がどの位上がるか。」と言う指標です。

この計算は負荷の力率が 100[%]の場合で計算しました。
力率が変わったらどうなるでしょうか？　実は電圧変動率の値も変わります。
下記に計算のみを記載します。
力率＝80[%]の時のＶ20 が幾つになるのか計算して見ましょう。

$$\dot{V}_{20}=\dot{V}_{2n}+\dot{I}\times(R+j\underline{X})$$

$$=210\angle 0+476.19\angle -36.9\times(0.03+j0.04)$$

$$=210\angle 0+476.19\times(0.8-j0.6)\times(0.03+j0.04)$$

$$=210\angle 0+476.19\times(0.024+j0.032-j0.018+0.024)$$

$$=210\angle 0+476.19\times(0.048+j0.014)$$

$$=210\angle 0+22.85712+j6.66666$$

$$=232.85712+j6.66666$$

$$=232.95253\angle 1.6399\ \text{度}$$

$|\dot{V}_{20}|=232.95253[V]$となりますので、力率 100[%]の時と値が異なります。
この時の電圧変動率は

$$\text{電圧変動率}=\frac{V_{20}-\text{定格二次電圧}}{\text{定格二次電圧}}\times 100[\%]$$

$$=\frac{232.95253-210}{210}\times 100[\%]$$

$$=\frac{22.95253}{210}\times 100[\%]$$

$$=10.929773[\%]\quad 10.93[\%]$$

となります。

従って、**電圧変動率を定義する時は「力率」の値を同時に定義しておかないと、計算できません。**

効率
あらゆる電気機器には効率が有りますが、トランスの効率は下記の式で定義されます。

$$効率[\%]=\frac{出力}{入力}\times 100[\%]$$

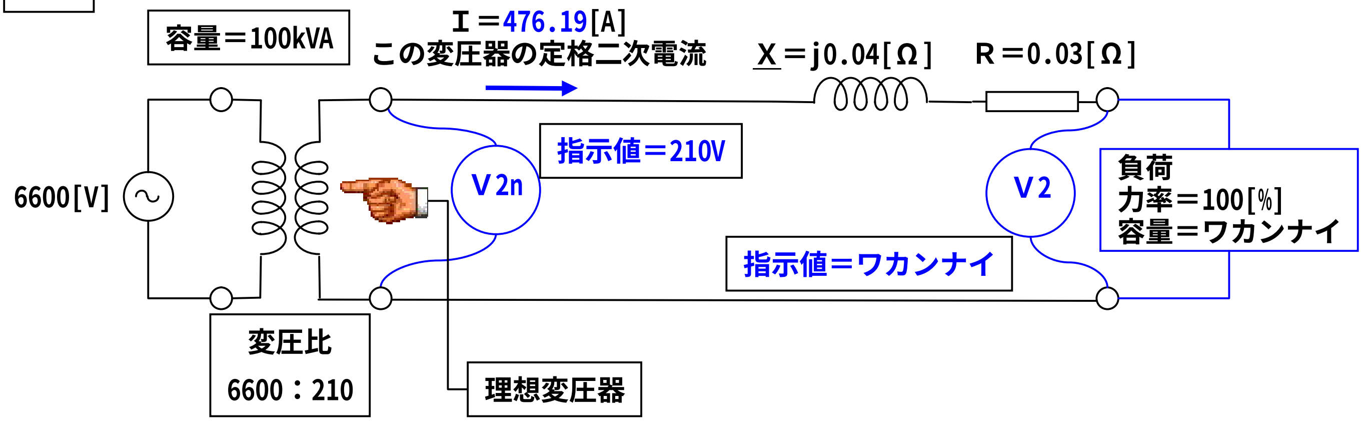
注意事項を書きます。
「入力」及び「出力」と書いた場合、この値の単位は[W]又は[kW]です。
[VA],[kVA],[var],[kvar]の単位を持つ値は使いません。
上記の式を詳しく書くと下記になります。

$$効率[\%]=\frac{出力有効電力[\mathrm{kW}]}{入力有効電力[\mathrm{kW}]}\times 100[\%]$$

無効電力（遅相無効電力又は進相無効電力）は無関係です。
トランスの効率を計算する時は、負荷力率を 100[%]として計算します。
これは力率が 100[%]で無い場合を計算すると、このトランスの効率の定義が出来ないからです。
例えば極端な例として、力率 0.00[%]のリアクトルを接続した場合、出力＝0.00[kW]ですから、このトランスの効率は 0.00[%]になってしまいます。
これでは案配が悪い事になります。ですから 100[%]力率の負荷の場合で計算します。

実際に計算をやって見ましょう。
下図の場合で計算します。
一次側に定格一次電圧(6600[V])を加え、二次側の電流が定格二次電流になるようにしたした回路です。

図７



Ｖ2 が幾つになるのか計算して見ましょう。
Ｖ2n＝Ｖ2＋Ｉ×（Ｒ＋ｊＸ）
210∠δ＝Ｖ2∠0＋476.19∠0×(0.03＋ｊ0.04)
210(cosδ＋ｊsinδ)＝Ｖ2(1＋ｊ0)＋14.2857＋ｊ19.0476
210cosδ＋ｊ210sinδ＝(Ｖ2＋14.2857)＋ｊ19.0476
上記式の左辺の実部＝右辺の実部、左辺の虚部＝右辺の虚部ですから、
210cosδ＝Ｖ2＋14.2857　－－－①式
210sinδ＝19.0476　　　　－－－②式
②式を先に解くと
sinδ＝19.0476/210
δ＝5.204 度
これを①式に代入して
209.1344＝Ｖ2＋14.2857
Ｖ2＝194.8487[V]となります。
二次側の出力＝二次電圧×二次電流×cosθ÷1000 ですから
　　　　　　＝194.8487×476.19÷1000
　　　　　　　92.785[kW]となります。

入力の値を計算するために、トランス内部の損失を計算します。
銅損から計算します。
銅損＝導体抵抗×電流×電流÷1000
　　＝0.03×476.19×476.19÷1000
　　　6.803[kW]

鹿の骨印

鉄損の値を計算します。
図１の励磁回路部分で消費される有効電力の値です。
励磁コンダクタンスの値が示されていませんので、二次側換算の g0＝0.01[S]とします。
鉄損＝励磁コンダクタンス×電圧×電圧÷1000
＝0.01×210×210÷1000
＝0.441[kW]

入力＝出力＋銅損＋鉄損ですから
＝92.785[kW]＋6.803[kW]＋0.441[kW]
＝100.029[kW]
従って効率は

$$効率[\%]=\frac{出力有効電力[kW]}{入力有効電力[kW]]}\times 100[\%]$$

$$=\frac{92.785[kW]}{100.029[kW]]}\times 100[\%]$$

＝92.76[%]となります。
かなり面倒な計算ですが、無事算出出来ました。

ここで、この面倒臭い計算を何とか「**楽したい**」と思うわけです。
そこで、「**規約効率**」というものを考えます。
この効率は次の計算式で算出されます。

$$規約効率[\%]=\frac{V2n\times I2n\times\cos\theta}{V2n\times I2n\times\cos\theta+定格銅損+定格鉄損}\times 100[\%]$$

V2n：定格二次電圧　I2n：定格二次電流　　cosθ：負荷力率（通常は 100[%]で計算する。）
定格銅損：二次電流が定格二次電流の時の銅損　　定格鉄損；一次側に定格電圧を加えた時の鉄損

なにやら普通の計算を行っているように見えますが、ヨーク見るとかなりヘンな計算を行っています。
出力に当たる部分の計算が、V2n×I2n×cosθと書いてありますが、これをそのまま書き直すと、定格二次電圧×定格二次電流×負荷力率となります。
「**出力の計算に定格二次電圧を使っている。**」これってオカシイじゃないか！と思ったあなたは賢い！
この計算は実際の二次端子電圧とは無関係に、**二次端子電圧は常に定格二次電圧で一定**として計算しています。
この様な計算手法を用いると、負荷電流の計算が非常に楽になります。
二次端子電圧がワカンナイという事は無くなる事になりますから負荷電流の計算は楽です。
又、鉄損の計算は「定格鉄損」で計算すると言っています。
つまり、定格鉄損が計上される一次電圧は、定格一次電圧ですが、この時の二次端子電圧は当然定格二次電圧では有りません。
にも関わらず、二次端子電圧が定格二次電圧になっているとして計算すると言う事です。
速い話、インチキ計算ですが、実機の場合、内部電圧降下は非常に小さい値ですので、このインチキ計算で充分実用になります。
従って、世の中で特に断らない限り、**トランスの場合の効率はこの規約効率を指します。**
上記の規約効率の式は二次電流が定格電流の場合の式ですが、負荷が 100[%]負荷で無い場合は下記の式になります。
nを負荷率として、

$$負荷率nの時の規約効率[\%]=\frac{nV2n\times I2n\times\cos\theta}{nV2n\times I2n\times\cos\theta+n^2定格銅損+定格鉄損}\times 100[\%]$$

％Ｚ、％Ｒ、％Ｘの値
やっとパーセントインピーダンスの話です。
ここで問題を出しますので考えて下さい。
問題
下図の３つの場合のＩＲ、ＩＸ、ＩＺの値を計算しなさい。
尚、$Z=\sqrt{R^2+X^2}$ である。

図８

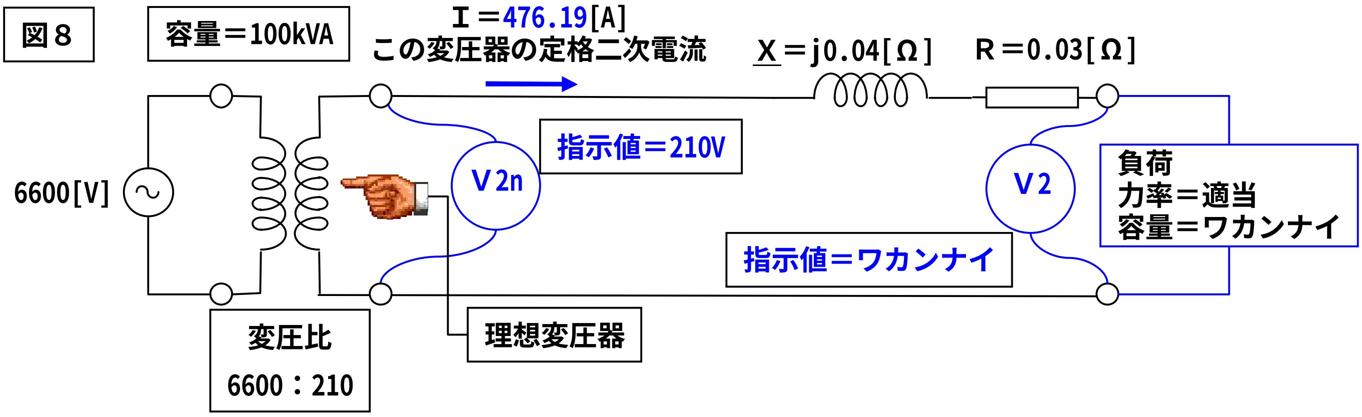


図９

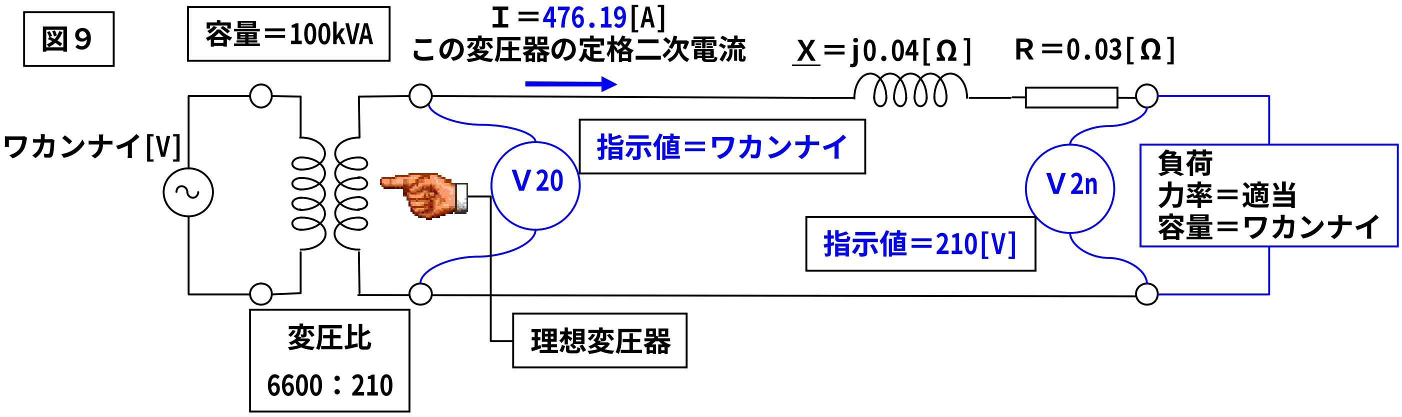
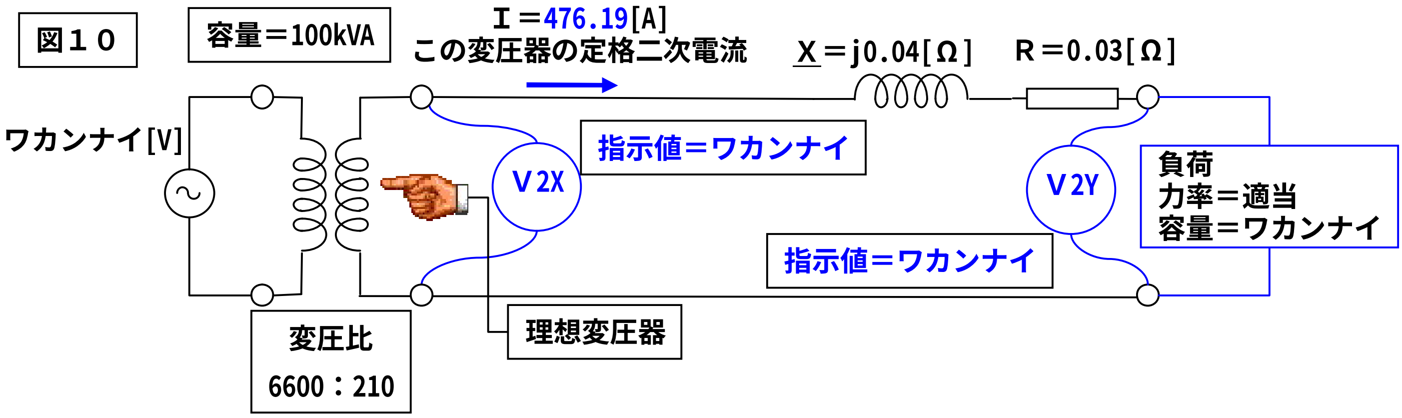


図１０



もの凄く変な問題です。
図８は一次電圧が定格一次電圧の場合、図９は二次端子電圧が定格二次電圧の場合、図１０はいずれでも無い場合です。
いずれの場合も負荷力率は定義されていませんし、容量も不明です。
一つだけ確実に解っている事は、「二次電流が定格二次電流」という事です。
これで、「ＩＲ、ＩＸ、ＩＺの値を計算しなさい。」と言っています。
ですから、計算は恐ろしく簡単で、三図とも共通で下記の計算式になります。
ＩＲ＝476.19[A]×0.03[Ω]＝14.2857[V]
ＩＸ＝476.19[A]×0.04[Ω]＝19.0476[V]
ＩＺ＝476.19[A]×0.05[Ω]＝23.8095[V]

これで計算は終わりです。
ところで何のためにこんな計算をしたのかは次に示します。

続いて、又変な計算を行います。
次にに示す式の値を計算をして下さい。（%値で示して下さい。）
Ｉ2nＲ/Ｖ2n の値、Ｉ2nＸ/Ｖ2n の値、Ｉ2nＺ/Ｖ2n の値　（Ｖ2n は定格二次電圧、Ｉ2n は定格二次電流です。）
Ｉ2nＲ/Ｖ2n＝14.2857[V]/210[V]×100[%]＝6.802714286[%]　－－－①の値
Ｉ2nＸ/Ｖ2n＝19.0476[V]/210[V]×100[%]＝9.070285714[%]　－－－②の値
Ｉ2nＺ/Ｖ2n＝23.8095[V]/210[V]×100[%]＝11.33785714[%]　－－－③の値

実はこの値は各々パーセントインピーダンスの値です。
①の値＝%Ｒの値
②の値＝%Ｘの値
③の値＝%Ｚの値　です。

パーセントインピーダンスの値だという事は、この値を用いて短絡電流の計算が出来るはずです。
やってみましょう。
短絡電流＝基準電流÷%Ｚ×100
＝定格二次電流÷%Ｚ×100
＝476.19[A]÷11.33785714[%]×100
＝4200[A]
オームインピーダンス法で計算すると
インピーダンス＝0.03＋ｊ0.04＝0.05[Ω]∠53.9
短絡電流＝定格二次電圧÷インピーダンス（一次側に定格電圧を加え、二次端子間を短絡した場合。）
＝210÷0.05
＝4200[A]
となりますので、全く同じ結果となります。

ここで、次の計算をして下さい。
パーセントインピーダンスの値を用いて、**このトランスの電圧変動率**を計算して下さい。
電圧変動率の値は%値で示されますし、%Ｚの値も%値で示されます。
だったら、この数字をコネクリマワすと電圧変動率の計算も出来るのではないのか？と考えます。
実際に出来ます！！計算結果を先に示します。

$$\text{電圧変動率}[\%]=\sqrt{(100+\%\mathrm{R}\text{の値})^2+\%\mathrm{X}\text{の値}^2}-100[\%]$$

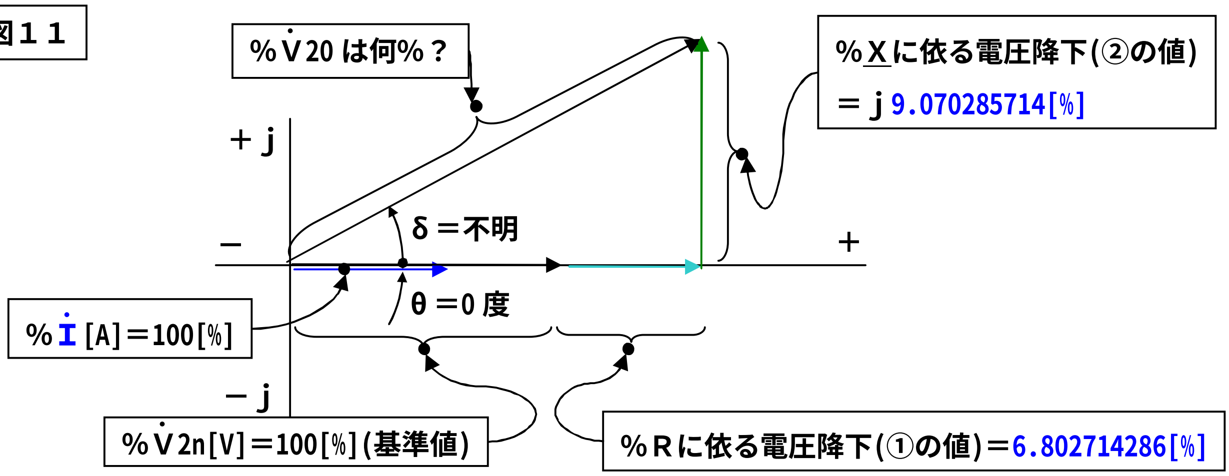
$$=\sqrt{(100+6.802714286)^2+9.070285714^2}-100[\%]$$

$$=107.187172-100$$

$$=7.187172[\%]$$

この計算結果と、５ページで行った計算結果を比較すると同じ値が算出されている事が解ります。
つまりこの計算は・・・・合っている！　しかし・・・これは何の計算をやったのだ？？
ベクトル図を書いて見ると理解が早いかも知れません。

図１１



これは図５を%の値で書いたベクトル図です。図５と併せてご覧下さい。
この様に%の値でもベクトル図は描けます。
何の事は無い。ピタゴラスの定理を用いてＶ20 の長さを計算しているだけです。
Ｉは定義により負荷力率が 100[%]ですからＩＲはＩと同相になります。
ＩＸは 90 位相を持ちます。

鹿の骨印