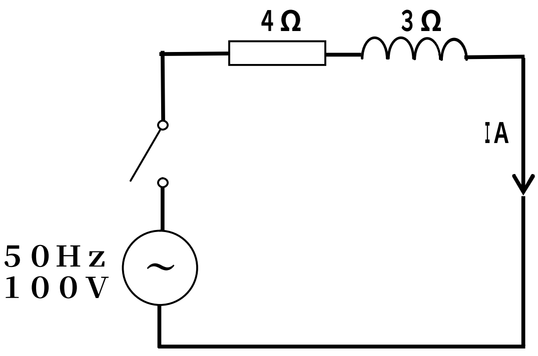
虚数【j】を使った計算のからくり

下記回路のスイッチを閉じた時の
電流値Ｉの値を求めなさい。



は抵抗素子を示す。新ＪＩＳ記号

普段当たり前の様に使用している虚数【j】であるが､これを使って回路計算を行ってみよう。
例えば左図の様な問題があったとする。
この回路に流れる電流は下記の様に計算すれば簡単に求める事が出来る。

電流を求める方程式は下記のようになる。

$\dot{E}=\dot{I}\cdot\dot{Z}$

従って$\dot{I}=\dot{E}/\dot{Z}$となる。

$\dot{E}$は１００Ｖであり､$\dot{Z}$は４Ωの抵抗素子と３Ωのインダクタンスの合成インピーダンス値になる。$\dot{Z}$を計算すると

$\dot{Z}=4+j3$ となる。

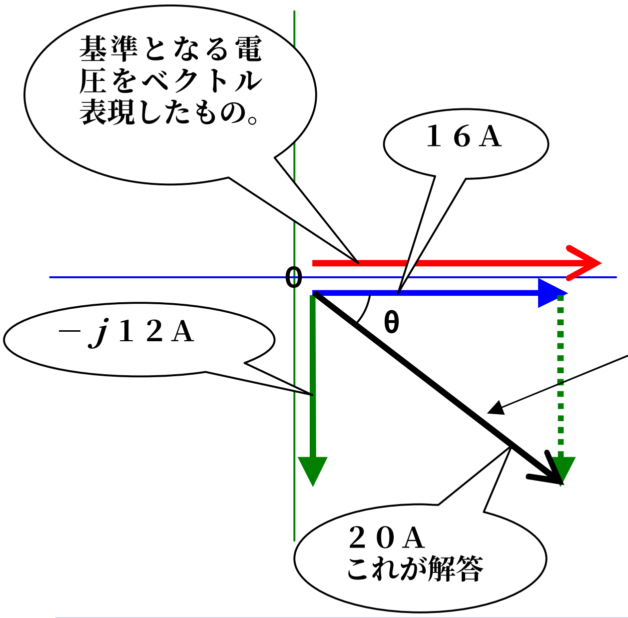
（コイルの時は「j」を書き、コンデンサの時は「$-j$」を書くのがお作法。）

$\dot{I}=\dot{E}/\dot{Z}$の関係式（ベクトル式）にこの値を代入すると下記の計算式が成立する。

$$\dot{I}=100/(4+j3)$$
$$=\frac{100\times(4-j3)}{(4+j3)\times(4-j3)}$$
$$=\frac{400-j300}{4^2+3^2}$$
$$=\frac{400-j300}{25}$$
$$=16-j12$$

分母と分子に
$(4-j3)$を掛ける。

これをベクトル図で表すと次のようになる。



左図の→が求める電流を示すベクトルである。
この矢印の長さは２０Ａになる。

$\sqrt{(16^2+12^2)}=20$

尚、力率ＣＯＳθは

ＣＯＳθ＝１６／２０
＝０．８（遅れ）となる。

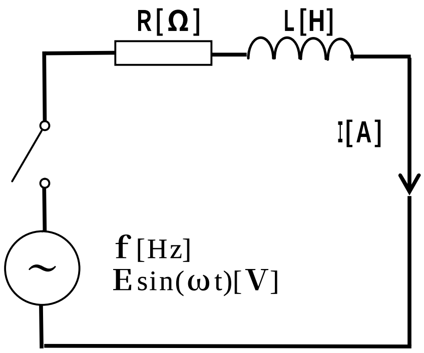
此処までが、普段行っている計算である。
不思議でも何でもない。

ここで新たに問題提議をします。

何故この様な計算で良いのかを証明しなさい。

jという訳のワカラン記号を使った計算が何故正しいの？
おかしいじゃん？ワケワカンナイ？
ウッ！・・・次ページを参照されたし・・・。

下記回路のスイッチを閉じた時の
電流値Ｉの値を求めなさい。



は抵抗素子を示す。新ＪＩＳ記号

前ページと同類の問題である。
数値が全て一般値で与えられているのが前ページとの違い。
学術的に左記の問題を解析すると次のようになる。

● 電圧
周波数はｆ[Hz]とする。
電源は交流電源であるから、SIN 関数になる。
（COS 関数でも良い。）
波高値はＥとする。

● 抵抗素子
Ｒ[Ω]と置いただけ。
前ページと変わりは無い。

● インダクタンス素子
単位が[Ω]では無く。[Ｈ：ヘンリー]で書いてある。
ナンジャコリャ？
余り深く考えないで、インダクタンスの由緒正しき単位はオームでは無くてヘンリーと言う位に思って先に進め。

● 電圧と電流及び各素子の関係式
電源電圧と電流及び各素子の関係式は下記の方程式になる。

$$E\sin(\omega t) = RI + L\frac{dI}{dt}$$

ナンジャコリャの１００倍？
いきなり訳の解らない方程式が出現した。
微分の要素を含んでいるので「微分方程式」と呼ばれる方程式である。

この方程式を解いて、電流Ｉを時間ｔの関数で示せ、と言うのである。
上記の式でωは下記の数式で示される定数である。（角速度と言う。）
ω＝２πｆ
又、ω以外の定数（前もって解っている変化しない値）は下記である。
Ｅ：波高値
ｆ：周波数
Ｒ：抵抗値
Ｌ：インダクタンス値

この方程式を解け！ と言われてもどこから手を付けたら良いのか見当が付かない。
参考書を買って、それを見ながら解くことにする。
参考にした参考書は下記

書籍名：工学系学生のための　記号法ですぐに解ける微分方程式
著者　：金田　数正
発行所：（株）内田老鶴圃（ウチダロウカクホ　＜＝＝変な名前？）
価格　：１８００円＋税

次ページに実際に解いた結果を示す。
（微分方程式を解くのはかなり厄介である。）

与えられた微分方程式は下記であった。

$$E\sin(\omega t)=RI+L\frac{dI}{dt}$$

三角関数を用いて無理矢理解く方法もあるらしいが、此処では参考書に従い、「記号法」とやらを用いて解いてみる事にする。

手順その１

$$E\sin(\omega t)=RI+L\frac{dI}{dt}$$

の左辺と右辺をひっくり返し、順序を少し代えて下記の形にする。

$L\frac{dI}{dt}+RI=E\sin(\omega t)$　＜＝別にどこにも変な所は無い。

手順その２
右辺を「０」と置き、基本解を求める。
なんで？どうして？基本解？何それ？
何でも良いから、右辺を０としろ！

$$L\frac{dI}{dt}+RI=0$$

手順その３
$\frac{d}{dt}$の部分を「Ｄ」に置き換えろ！（この部分が記号法とやらの部分）
ワケガワカラン？
良いからやれ！
ＬＤＩ＋ＲＩ＝０

手順その４
上記の式を「Ｄ＝」の形にしろ！
ＬＤＩ＋ＲＩ＝０
ＬＤＩ＝－ＲＩ
Ｄ＝－ＲＩ／ＬＩ
　＝－Ｒ／Ｌ

手順その５
「Ｄ＝」の式のＤをhに書き換えろ！
一体俺は何をやっているのだ？
いいからやれ！
$h=-R/L$

手順その６
$I_f=C_1e^{ht}$と書け！
C_1は任意の定数である。
もう頭の中はグルングルン
$h=-R/L$だから、
$I_f=C_1e^{(-R/L)t}$
（ｅ は２．７１８２８１８２８・・・で示されるまか不思議な数値であり、自然対数の底である。）
これで何が求められたの？
微分方程式の基本解が求められた。
因みに微分方程式の一般解は次の様になる。
一般解＝基本解＋特別解
つまり　$I=I_f+I_p$　である　（I_fはＩの基本解、I_pはＩの特別解を示す。）
益々訳がワカラン？
いいから次に進め。

特別解を求める。

ちょっとその前に・・・。
フランスの天才数学者のオイラーが導き出した指数関数と三角関数及び虚数を結びつける公式を紹介する。
$e^{j\alpha}=\cos\alpha+j\sin\alpha$
これは有名な式で、これが無かったら現在の電気工学は成り立たないと言われるほど重要な公式である。
これを使って特別解を求めることにする。

手順その７
与えられた方程式をもう一度書く。

$$L\frac{dI}{dt}+RI=E\sin(\omega t)$$

この方程式の右辺を下記の数式に置き換える。

$$L\frac{dI}{dt}+RI=Ee^{j\omega t}$$

このままではインチキになってしまうので下記のようにする。

$$L\frac{dI}{dt}+RI=Ee^{j\omega t}\ \text{（の虚数部）}$$

こうすると元の方程式と等価になる。
何か騙されているような気がするが・・・。

手順その８
$\dfrac{d}{dt}$の部分を「D」に置き換えて上記の式を変形する。
ここでは特別解を求めるのでＩはＩ$_p$と置く。

$$LDI_p+RI_p=Ee^{j\omega t}\ \text{（の虚数部）}$$

さらに変形して

$$(LD+R)I_p=Ee^{j\omega t}\ \text{（の虚数部）}$$

$$I_p=\frac{Ee^{j\omega t}}{(LD+R)}\ \text{（の虚数部）}$$

手順その９
ここで公式を持ってくる。
$(LD+R)I_p=Ee^{j\omega t}$の様に左辺がＤの代数式、右辺が e を使った代数式の場合、下記の関係式が成立する。

$$\frac{1}{F(D)}e^{at}=\frac{1}{F(a)}e^{at}$$

ここで上記手順８の式の右辺を見ると

$$\frac{Ee^{j\omega t}}{(LD+R)}\ \text{（の虚数部）}$$

となっている。
上記公式で$F(D)=(LD+R)$、$a=j\omega$と入れ替えると

$$\frac{Ee^{j\omega t}}{(LD+R)}\ \text{（の虚数部）}=\frac{Ee^{j\omega t}}{(Lj\omega+R)}\ \text{（の虚数部）}$$

と変形することが出来る。
次ページに続く

従って次の手順は下記になる。
上記の式のDをｊωに置き換えろ！
ギブアップ寸前です。

$$\mathrm{I}_p=\frac{Ee^{j\omega t}}{(LD+R)}\text{（の虚数部）}$$

Dをｊωに置き換えて、

$$\mathrm{I}_p=\frac{Ee^{j\omega t}}{(Lj\omega+R)}\text{（の虚数部）}$$

オイラーの公式を使ってこれを変形すると

$$\mathrm{I}_p=\frac{E(\mathrm{COS}\omega t+j\mathrm{SIN}\omega t)}{(jL\omega+R)}\text{（の虚数部）}$$

分数の分母と分子に（－ｊLω＋R）を掛けて分母を有理化すると

$$\mathrm{I}_p=\frac{E(\mathrm{COS}\omega t+j\mathrm{SIN}\omega t)\times(-jL\omega+R)}{(jL\omega+R)(-jL\omega+R)}\text{（の虚数部）}$$

$$\mathrm{I}_p=\frac{E\{(R\mathrm{COS}\omega t+\omega L\mathrm{SIN}\omega t)+j(R\mathrm{SIN}\omega t-\omega L\mathrm{COS}\omega t)\}}{R^2+(\omega L)^2}\text{（の虚数部）}$$

（LωはωL に置き換えて記載した。（数学的に全く同じ式である。））

$$\mathrm{I}_p=\frac{E(R\mathrm{COS}\omega t+\omega L\mathrm{SIN}\omega t)}{R^2+(\omega L)^2}+j\frac{E(R\mathrm{SIN}\omega t-\omega L\mathrm{COS}\omega t)}{R^2+(\omega L)^2}\text{（の虚数部）}$$

上記式の虚数部を取ると、

$$\mathrm{I}_p=\frac{E(R\mathrm{SIN}\omega t-\omega L\mathrm{COS}\omega t)}{R^2+(\omega L)^2}$$

手順最後
一般解は基本解と特別解の和だから

$$\mathrm{I}=\mathrm{I}_f+\mathrm{I}_p$$

$$=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{E(R\mathrm{SIN}\omega t-\omega L\mathrm{COS}\omega t)}{R^2+(\omega L)^2}$$

これが求められる微分方程式の一般解である。
この式をもう少し変形する。
ここでｔａｎθ＝ωＬ／Ｒとなるような、θの値を定義すると、

$$\mathrm{SIN}\theta=\omega L/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}$$

$$\mathrm{COS}\theta=R/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}$$

上記の式を変形すると

$$\mathrm{I}=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{ER\mathrm{SIN}\omega t}{R^2+(\omega L)^2}-\frac{E\omega L\mathrm{COS}\omega t)}{R^2+(\omega L)^2}$$

分数の分母を変形すると

$$\mathrm{I}=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{ER\mathrm{SIN}\omega t}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}\times\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

$$-\frac{E\omega L\mathrm{COS}\omega t)}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}\times\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

次ページに続く

$$I=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{ERSIN\omega t/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}-\frac{E\omega L COS\omega t)/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

$$I=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{ESIN\omega tCOS\theta}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}-\frac{ECOS\omega tSIN\theta}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

ここで　$\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}=Z$と置くと上記の式は次のように変形できる。

$$I=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{ESIN\omega tCOS\theta}{Z}-\frac{ECOS\omega tSIN\theta}{Z}$$

何が何だか訳のワカラン解が得られただけじゃん。
これじゃ余計に訳がワカラン。
と言っていないで次に進む。

上記の式を良く観察すると次のような事が解る。
右辺の第１項（基本解）に着目するとこの解は三角関数になっていない。
基本解＝$C_1e^{(-R/L)t}$の部分である。
この部分はｔの関数になっているが、ｔの値を色々と変えてみるとあることに気が付く。
ｔの値を充分に大きな値、つまりスイッチを入れてから充分に時間が経った場合を考えてみる。
どの位の時間を入れれば良いかは色々であるが、この際だから、無限大時間つまりｔ＝∞としてみる。
基本解＝$C_1e^{(-R/L)t}$のｔを∞に置き換えると
　　　＝$C_1e^{(-R/L)\infty}$となる。
これをもう少し解りやすく書くと下記になる。

$$基本解=\frac{C_1}{e^{(R/L)\infty}}$$

分母の $e^{(R/L)\infty}$　は無限大の値を取る。
従って

$$基本解=\frac{C_1}{\infty}=0$$

となる。
最初の内はヨクワカラン電流が流れるが、時間が充分経てば、電流は下記の方程式に帰着する。

$$I=\frac{ESIN\omega tCOS\theta}{Z}-\frac{ECOS\omega tSIN\theta}{Z}$$

つまり特別解の部分だけが重要で基本解の部分はどうでも良いのである。
（ホントは少し違うが、ここではそうゆう事にしておく。）
上記の式をさらに変形すると

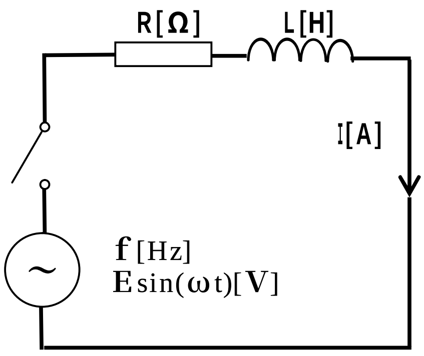
$$I=\frac{E}{Z}(SIN\omega tCOS\theta-COS\omega tSIN\theta)$$

$SIN(\alpha\pm\beta)=SIN\alpha COS\beta\pm COS\alpha SIN\beta$（三角関数の加法定理）だから、
上記の式は次のように変形出来る。

$$I=\frac{E}{Z}\{SIN(\omega t-\theta)\}$$

見覚えのある式だ！！
この式は次のように読む。
この電流は、波高値がＥ／Ｚで電源電圧に対してθだけ位相が遅れたＳＩＮ関数である。
次に進め！

下記回路のスイッチを閉じた時の電流値Ｉの値を求めなさい。



は抵抗素子を示す。新ＪＩＳ記号

同じ問題である。
これを普段から使いなれているベクトルを用いて計算してみよう。

手順その１
インピーダンスを計算する。
$\dot{Z}=R+j\omega L$
（インダクタンスがヘンリー値で示された時は$j\omega$を加筆するのがお作法である。）

手順その２
電圧をベクトルで表現する。
電圧はEsin(ωt)[V]で示されているがこれをベクトルで表現すると下記になる。
$\dot{E}=E+j0$
（電圧を基準に取るので虚数部は０になる。）

手順その３
ベクトル計算で電流値を求める。
$\dot{I}=\dot{E}/\dot{Z}$が計算式である。

$$=(E+j0)/(R+j\omega L)$$

$$=\frac{E\times(R-j\omega L)}{(R+j\omega L)\times(R-j\omega L)}$$ （分母と分子に（$R-j\omega L$）を掛けて分母を有理化する。）

$$=\frac{E\times R}{R^2+(\omega L)^2}-j\frac{E\times\omega L}{R^2+(\omega L)^2}$$

ここで$\tan\theta=\omega L/R$となるような、θの値を定義すると、
$\mathrm{SIN}\,\theta=\omega L/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}$
$\mathrm{COS}\,\theta=R/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}$
Ｉを求める計算式を変形すると

$$\dot{I}=\frac{E\times R}{R^2+(\omega L)^2}-j\frac{E\times\omega L}{R^2+(\omega L)^2}$$

$$\dot{I}=\frac{E\times R}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}\times\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}-j\frac{E\times\omega L}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}\times\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

$$\dot{I}=\frac{E\times R/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}-j\frac{E\times\omega L/\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

$$\dot{I}=\frac{E\times\mathrm{COS}\,\theta}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}-j\frac{E\times\mathrm{SIN}\,\theta}{\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}}$$

これがベクトル計算の一般解である。
尚$\sqrt{\{R^2+(\omega L)^2\}}$はインピーダンス$\dot{Z}$の絶対値を示す。
従ってインピーダンス$\dot{Z}$の絶対値をＺと書けば（頭の「・」が消える）この式は次のようにも書ける。

$$\dot{I}=\frac{E\times\mathrm{COS}\,\theta}{Z}-j\frac{E\times\mathrm{SIN}\,\theta}{Z}$$

変形して

$$\dot{I}=\frac{E}{Z}(\mathrm{COS}\,\theta-j\,\mathrm{SIN}\,\theta)$$

次ページに進む。

前ページのベクトル式で示された式を再度示す。

$$\dot{I}=\frac{E}{Z}(\mathrm{COS}\,\theta-j\,\mathrm{SIN}\,\theta)$$

この式は何を示しているのであろうか？

この式から次の事が解る。

電流の大きさはＥ／Ｚである。
この電流の位相差は電源電圧に対してθだけ遅れている。

ここで微分方程式の場合の最終結論を再度記載する。
この電流は、波高値がＥ／Ｚで電源電圧に対してθだけ位相が遅れたＳＩＮ関数である。

これって同じ事を言っていないか？
もうお解りと思うが、これは全く同じ事を言っている。
つまり、下記のことが言える。
面倒くさい微分方程式を解かなくてもベクトル法を用いれば同じ結果が得られる。
これがjを用いた計算方法である。

もう少し記述を書く。
$\dot{E}$は本来であればＥＳＩＮ(ωｔ)で示されるＳＩＮ関数である。
ここでオイラーの公式をもう一度登場させると
$e^{j\alpha}=\mathrm{COS}\,\alpha+j\,\mathrm{SIN}\,\alpha$
この式を適用して上記の式は次のように変形できる。
$\dot{E}=Ee^{j\omega t}$（の虚数部。）
同様に

$$\dot{I}=\frac{Ee^{j\omega t}}{Z}(\mathrm{COS}\,\theta-j\,\mathrm{SIN}\,\theta)\text{（の虚数部。）}$$

これを変形して

$$\dot{I}=\frac{E\{\mathrm{COS}(\omega t)+j\,\mathrm{SIN}(\omega t)\}}{Z}(\mathrm{COS}\,\theta-j\,\mathrm{SIN}\,\theta)\text{（の虚数部。）}$$

をさらに変形すると

$$\dot{I}=\frac{E}{Z}\{\mathrm{COS}(\omega t)+j\,\mathrm{SIN}(\omega t)\}(\mathrm{COS}\,\theta-j\,\mathrm{SIN}\,\theta)\text{（の虚数部。）}$$

$$=\frac{E}{Z}\{\mathrm{COS}(\omega t)\,\mathrm{COS}\,\theta+\mathrm{SIN}(\omega t)\,\mathrm{SIN}\,\theta\}$$

$$+j\frac{E}{Z}\{\mathrm{SIN}(\omega t)\,\mathrm{COS}\,\theta-\mathrm{COS}(\omega t)\,\mathrm{SIN}\,\theta)\text{（の虚数部。）}$$

$$=\frac{E}{Z}\{\mathrm{SIN}(\omega t)\,\mathrm{COS}\,\theta-\mathrm{COS}(\omega t)\,\mathrm{SIN}\,\theta)$$

$$=\frac{E}{Z}\mathrm{SIN}(\omega t-\theta)$$

（三角関数の加法定理：$\mathrm{SIN}(\alpha\pm\beta)=\mathrm{SIN}\,\alpha\,\mathrm{COS}\,\beta\pm\mathrm{COS}\,\alpha\,\mathrm{SIN}\,\beta$を使用した。）

つまり微分方程式で得られた結果と全く同じ結果が得られる。
なにか騙された様で釈然としないが、この様な結果が得られる事は事実で有る。

取り敢えず此処まで。

さて続きの話である。
微分方程式の一般解をもう一度見る。

$$I=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{ESIN\omega tCOS\theta}{Z}-\frac{ECOS\omega tSIN\theta}{Z}$$

上記式の赤色の部分が基本解であり、青色の部分が特別解であった。
この式を変形させると下記の式になる。（色分けは同じ。）

$$I=C_1e^{(-R/L)t}+\frac{E}{Z}\{SIN(\omega t-\theta)\}$$

前ページまででではこの一般解の内、基本解は無視して扱ってきた。
ここでは、この基本解の持つ意味を考えてみる。
上記一般解の内、基本解$C_1e^{(-R/L)t}$の部分に定数C_1なるものが付いている。
これは、任意の定数と言うことになっていて、値が不明である。
この値を求める事にする。
一般解に次の値を代入する。
$t=0$、$I=0$
これは、スイッチを閉じた直後の時刻では電流は０だと言う事である。
代入結果の式は下記になる。

$$0=C_1e^{(-R/L)0}+\frac{E}{Z}\{SIN(\omega\times 0-\theta)\}$$

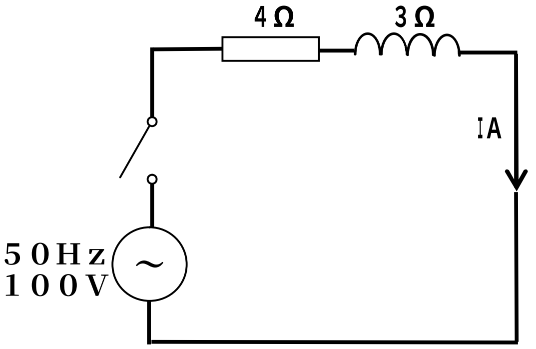
ｅの０乗は１だから、

$$0=C_1+\frac{E}{Z}\{SIN(-\theta)\}$$

$$C_1=\frac{E}{Z}SIN\theta$$

$SIN\theta$は$\omega L/Z$になるので、上記の式は下記に変形できる。
$C_1=E\omega L/Z^2$
又Z^2は$R^2+(\omega L)^2$だから、
$C_1=E\omega L/\{R^2+(\omega L)^2\}$となる。

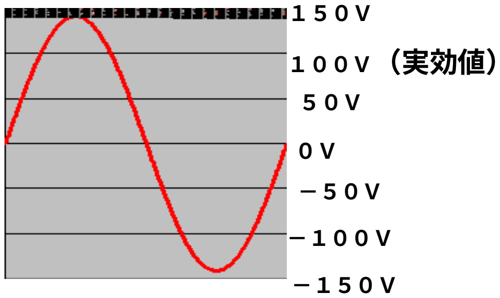
下記回路のスイッチを閉じた時の
電流値Ｉの値を求めなさい。



［抵抗記号］は抵抗素子を示す。新ＪＩＳ記号

前ページと同じ問題である。
学術的に左記の問題を解析すると次のようになる。

● 電圧
１００Ｖと単純に記載したが、実際は
√2×100×sin(ωｔ)で示される三角関数になる。
ωは＝２πｆで示される値で、角速度と言う。
π ３．１４、ｆ＝５０Ｈｚだから
ω ２×３．１４×５０ ３１４になる。
単位は[ラジアン／秒]である。
ｔは時間を表す。単位は[秒]である。
√２は実効値を波高値に換算する係数である。
１００Ｖと単純に言っているが、
実際の電源電圧の最高値は １４１Ｖである。
下図参照



波高値は実効値の√２倍になる。
従って電圧を示す式は下記になる。
Ｅ＝√2×100×sin(314ｔ)

● 抵抗素子
４Ωで前ページと同じ。

● インダクタンス素子
３Ωで前ページと同じ。＜＝***ではない！！***
素子の値がインピーダンスとしてオーム値で示された場合、
実際のインダクタンスＬ[Ｈ：ヘンリー]とインピーダンスの関係式は下記になる。
Ｚ＝ωＬ
従って、Ｌ＝Ｚ／ω
3／314[H]

● 電圧と電流及び各素子の関係式
電源電圧と電流及び各素子の関係式は下記の方程式になる。

$$E\sin(\omega t) = RI + L\frac{dI}{dt}$$

これを書き直すと次のようになる。

$$\sqrt{2}\times 100\sin(314t) = 4I + (3/314)\frac{dI}{dt}$$

「この微分方程式を解け。」と言うことである。

インダクタンスに対する電圧降下は流れる電流の変化量に比例することになっている。
従って、電流の時間に対する微分値に比例することになる。
とは言うものの、
こんなもの解けるか！
になると思う。
この際だから、この微分方程式を解いて見る。
次ページ参照

与えられた微分方程式は下記です。
（中卒及び高卒の方、申し訳ありません。これは大学で習う数学の範疇です。）

$\sqrt{2}\times 100\sin(314t)=4I+(3/314)\dfrac{dI}{dt}$

係数がゴチャゴチャしてややこしいので、元の文字式に戻します。

$E\sin(\omega t)=RI+L\dfrac{dI}{dt}$

係数の実数値は最後に代入して計算する事とします。
この方程式がこれから解く羽目になった方程式です。

一般的に微分方程式を解くのは容易ではありません。
三角関数を使って無理矢理解く方法もありますが、ここでは正攻法の解法で解きます。
近代数学の花形ラプラス変換を用いて解きます。
手順その１
両辺をラプラス変換します。

$L\{E\sin(\omega t)\}=L\{RI+L\dfrac{dI}{dt}\}$

これを書き直すと次のようになる。

$\sqrt{2}\times 100\sin(\omega t)=4I+3\dfrac{dI}{dt}$　（ωは換算していない。）

「この微分方程式を解け。」と言うことである。